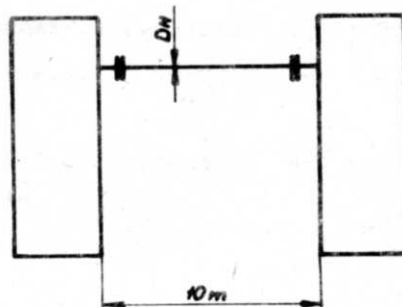


Pro dopravu tekutin mezi jednotlivými aparáty a výrobkami slouží potrubní systémy sestávající z přímých a zakřivených částí potrubí různých průřezů. Do tohoto systému jsou vkládány různé armatury a kompenzátory. Systém může být jednoduchý či větvený. Je zpravidla mnohonásobně podepřen k zachycení vlastní tíhy nebo dilatačních a jiných sil pomocí pružných a tuhých podpěr nebo závěsů s různými způsoby kotvení.

Zatížení potrubí může být buď statické - vyvolané vnitřním přetlakem, teplotní dilatací, vlastní tíhou včetně pracovní látky a izolace, šikmým potrubím, sněhem, poklesem podpěr aj., nebo dynamické - způsobené tlakovými a teplotními změnami, vibracemi, větrem, seismickými silami, hydrodynamickými silami od práce kompresorů, havarijnými stavy apod. Při hodnocení jednotlivých částí systému je mnohdy třeba uvažovat i statickou nebo dynamickou stabilitu.

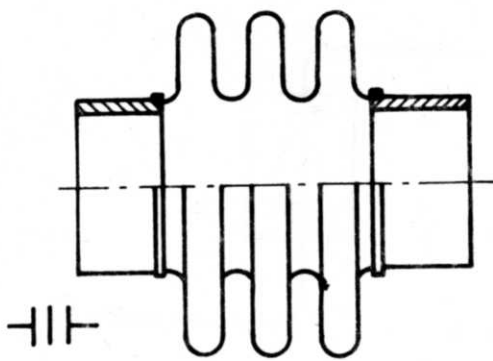
Základním prvkem uložení potrubních systémů jsou tzv. pevné body (vetknutí) znázorněné na připojených schématech křížky a představují buď připojení k aparátům přivařením nebo přírubovým spojem anebo kotvení na konstrukcích, potrubních mostech atd. Druhým prvkem je kluzné uložení umožňující osové vedení dilatujícího potrubí např. s vlnovými kompenzátory. Podle druhu kompenzátoru lze některá kluzná uložení redukovat. Pro představu o velikosti sil přenášených dilatujícími potrubím do kotvení nechť slouží obr.6.1. Na něm je nejjednodušší propojení dvou aparátů vzdálených od sebe 10 m a propojených rovným ocelovým potrubím ( $E = 2,1 \cdot 10^5$  MPa,  $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ). Rozdíl teplot maximální provozní a montážní je pouze  $\Delta t = 100 \text{ K}$ . Při použití potrubí jmenovitěho průměru  $D_N = 50$  ( $\varnothing 57/3\text{mm}$ ) vzniká zabráněním teplotní dilatace síla 123 kN, je-li  $D_N = (\varnothing 108/4)$  již 316 kN, ale při  $D_N = 500$  ( $\varnothing 530/7$ ) dokonce 2,78 MN. To jsou již velké síly, které mohou vést k porušení aparátu nebo kotvení. Proto se navrhuje různé druhy kompenzátorů, nebo zakřivené části potrubí, které jsou schopny převzít část deformační práce. Nejběžnější kompenzátory jsou vlnové (obr.2a), s dvoukloubovým rámem (2b se schématem), se čtyřkloubovým rámem (2c) nebo ucpávkové (2d). Zakřivené části představují kolena. Určité kombinace rovných úseků a kolen jsou tzv. kompenzační útvary: mezi nejjednodušší jsou tvaru L, Z a U. Některé kombinace obou druhů kompenzátorů a kompenzačních útvarů představuje obr.6.3a až 3f. Protože i u odboček je třeba zachytit dilatace, je jedno řešení na obr.6.4. Zapojení rovného úseku s kompenzátořem a osovým vedením představuje obr.6.5.



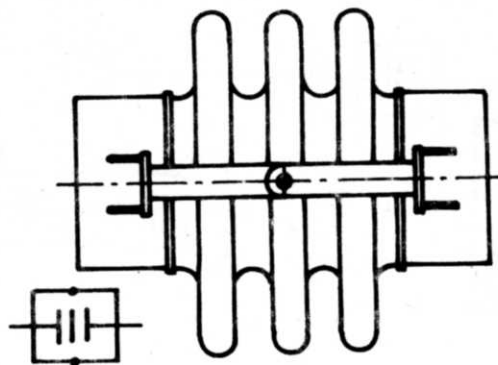
obr.6.1

### 6.1 Dimenzování potrubních systémů

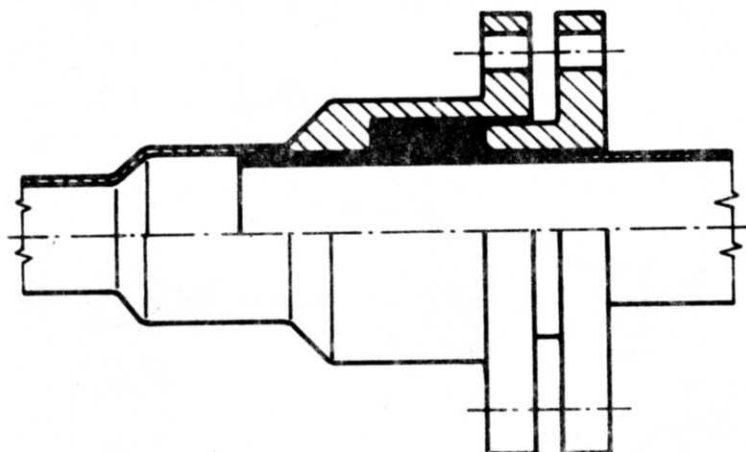
Základem všech počítačových metod statického výpočtu potrubního systému na uvedené zatížení jsou analyticky odvozené závislosti mezi zatížením a přetvořením přímého nebo zakřiveného nosníku (úseku potrubí). Proto při návrhu výpočtového modelu se postupuje tak, že na výkresu potrubí se systém rozdělí na úseky, místa dělení jsou určena konstrukčními nespojitostmi, např. spojením rovného úse-



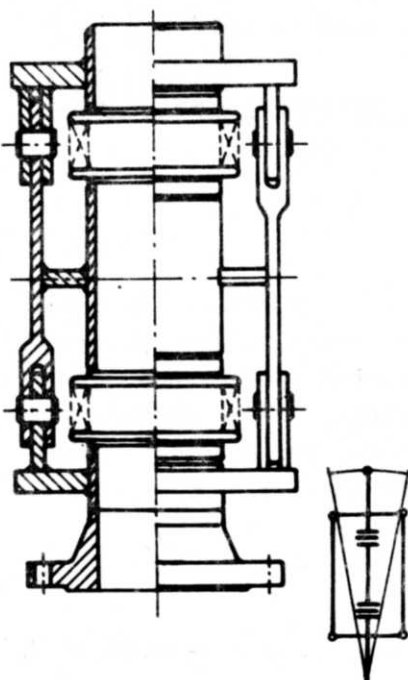
Obr. 6.2 a



Obr. 6.2 b



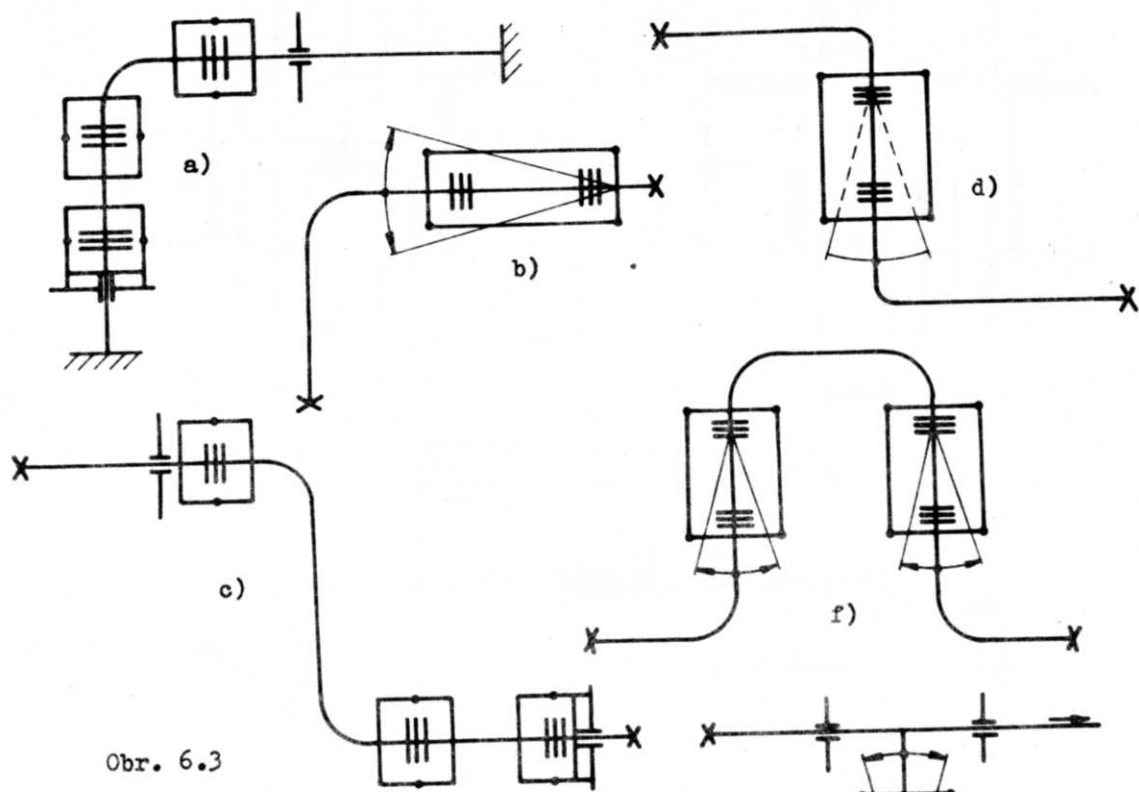
Obr. 6.2 d



Obr. 6.2 c

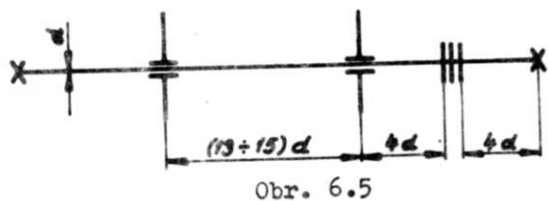
ku s kolenem, změnou průřezu, změnou materiálu, vloženými armaturami nebo kompenzátory, větvením, uložení atd. Uvedené druhy nespojitosti se do řešení zahrnou tak, že jejich vlastnosti se vyjádří v závislosti na vlastnostech základního rovného úseku. Dále se pro ně splní příslušné statické podmínky rovnováhy sil a momentů ve vazbě na tím vznikající deformace.

Základní rozměry a uspořádání potrubního systému jsou zpravidla navrženy projektantem pro hodnoty výpočtového přetlaku a výpočtové teploty s přihlédnutím k ostatním zatížením. Výpočet přípustných hodnot je uveden podle příslušných výpočtových norem (např. ON 13 1010) nebo předpisů pro některé druhy potrubních systémů. Ohybová napětí od teplotních dilatací lze spočítat většinou až po montáži, protože velmi často dochází ve vedení potrubních tras ke změnám proti projektu. Podle úrovně vnějších zatížení se hodnocení systémů provádí buď jen na namáhání od teplotních dilatací nebo i od dalších zatížení pomocí zákona superpozice. Hledisko používané v projekční praxi uvažuje se samotným



Obr. 6.3

Obr. 6.4



Obr. 6.5

namáháním od teplotní dilatace pouze pro hodnoty ohybového napětí do 50% napětí obvodového od vnitřního přetlaku  $\sigma_{tp}$ , přičemž součet všech přidavných zatížení (do osového směru) neměl přesáhnout 100%; při překročení obou hodnot se získá superpozicí jak osové  $\sigma_o$ , obvodové  $\sigma_t$  tak i radiální  $\sigma_r$  napětí. Srovnávací napětí dle hypotézy HLMH (norma USAS používá GUESTA) pro hodnocení pouze teplotní dilatace pro prostorový systém s uvažováním krutu (kap. 6.4.5)

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{ot} + 3\tau_t^2} \leq \sigma_D = \frac{\sigma_k}{x} \quad (6.1)$$

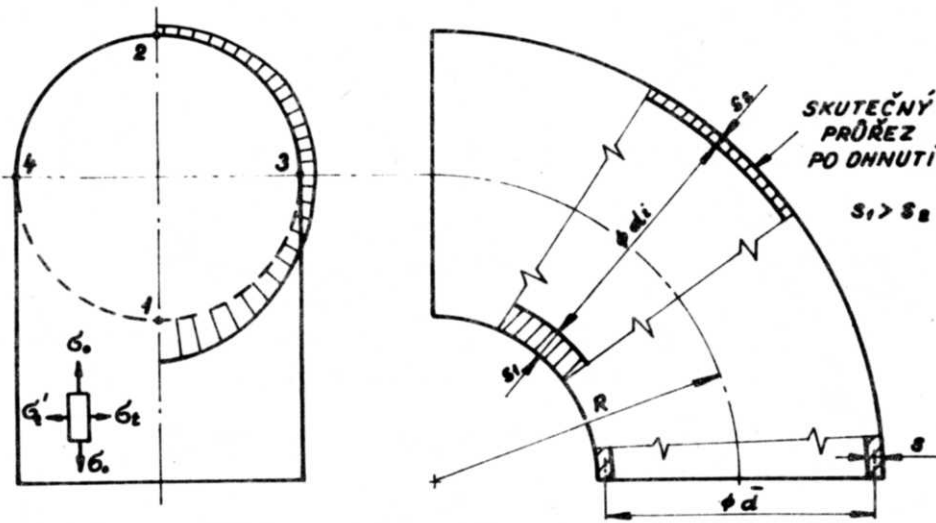
s bezpečností  $x$  pro oceli tř.11 a 12 (do 425°C)  $x = 1,7$  a pro legované oceli např. tř.15 a teploty nad 425°C  $x = 2$ .

Při výpočtu ze všech třech napětí

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_i - \sigma_o)^2 + (\sigma_o - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_i)^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_d \quad (6.2)$$

přičemž bezpečnost vůči smluvní mezi kluzu  $x = 1,5$ .

Dimenzování kolen na vnitřní přetlak  $p$  bylo naznačeno v kap.4.11 [6.11]; podélné napětí je konst.  $\sigma_o = p\bar{d}/4s$ ; obvodové napětí má své maximum na vnitřním vlákně v bodě 1, minimum v bodě 2 na vnějším vlákně (obr.6.6)



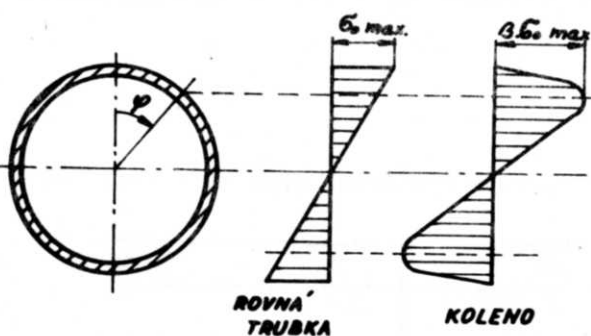
Obr. 6.6

$$\sigma_{t1} = \frac{p\bar{d}}{2s} \frac{2R - \bar{d}/2}{2R - \bar{d}} ; \sigma_{t2} = \frac{p\bar{d}}{2s} \frac{2R + \bar{d}/2}{2R + \bar{d}} ; \sigma_{t3} \equiv \sigma_{t4} = \frac{p\bar{d}}{2s} \quad (6.3)$$

V řadě případů se kolena vyrábějí ohýbáním přímého potrubí za tepla; takto vzniklý ohyb se na vnitřní straně ztuhne (tloušťka  $s_1$ ), zatímco na vnější zeslabí (tl.  $s_2$ ). Tím se napětí  $\sigma_{t1}$  a  $\sigma_{t2}$  změní na

$$\sigma'_{t1} = \frac{pd_i}{2s_1} \frac{2R - d_i/2}{2R - d_i - s_1} \quad a \quad \sigma'_{t2} = \frac{pd_i}{2s_2} \frac{2R + 0,5d_i}{2R + d_i + s_2} \quad (6.4)$$

V závislosti na technologii výroby kolen dochází ještě ke zplošťování průřezu; tím se zvětšuje jejich podajnost, změkčují se. Na druhé straně ideální průběh ohybového napětí u rovného potrubí mění



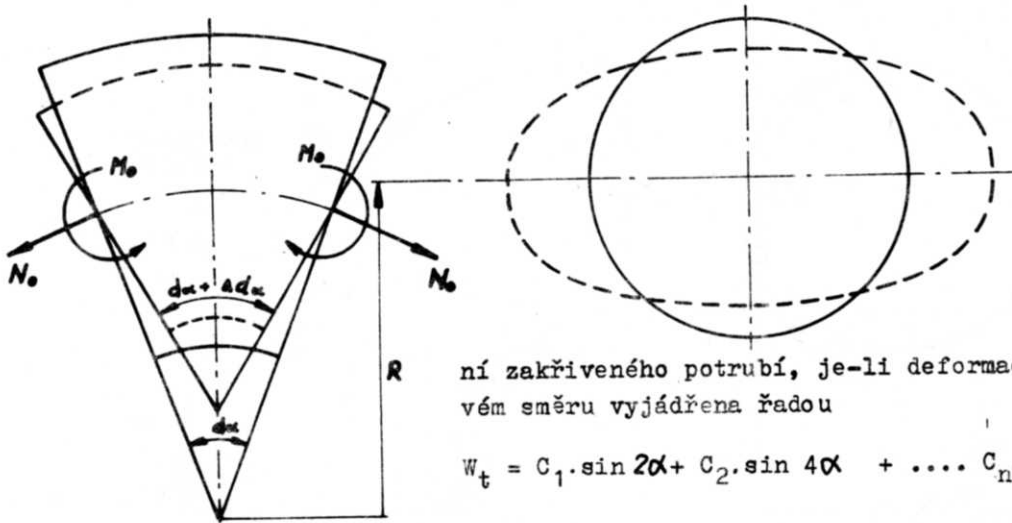
Obr. 6.7

svůj průběh a maximální napětí z nejvíce namáhaných krajních vláken se odklání na vlákna odkloněná o určitý úhel  $\varphi$  a přitom se zvětšuje. Mírou těchto hodnot (viz obr.7) je bezrozměrná charakteristika kolena  $\lambda$  vyjádřená jeho rozměry tj. poloměrem zakřivení středního  $R$ , tloušťkou  $s$  a středním průměrem potrubí  $\bar{d}$ ;  $\lambda = 4 \cdot R \cdot s / \bar{d}^2$ . Úhel  $\varphi = 0,82 \cdot \lambda^{1/3}$ . Maximál. napětí u rovného potrubí

$$\sigma_o \max = \frac{M_o \max}{W_o} = \frac{d_e \cdot M_o}{2 \cdot J} \quad \text{u kolena} \quad \sigma_o \max = \beta \frac{M_o \max}{W_o} \quad (6.5)$$

### 6.1.1 Výpočty podajnosti kolena a potrubních systémů

Teoretický základ určení deformace zplošťujícího se zakřiveného potrubí při zatížení tahovými silami  $N_o$  a ohybovými momenty v rovině kolena  $M_o$  (obr. 6) položil T. Kármán. Na základě teorie minima potenciální energie při přetvoře-



Obr. 6.8

ni zakřiveného potrubí, je-li deformace v obvodovém směru vyjádřena řadou

$$W_t = C_1 \cdot \sin 2\alpha + C_2 \cdot \sin 4\alpha + \dots + C_n \cdot \sin 2n\alpha \quad (6.6)$$

dokázal, že příčinou zvýšené podajnosti kolena je deformace příčného průřezu (analogie ohýbání gumové hadice). Podle teorie ohybu rovného nosníku předpokládal, že se příčný řez a tedy i jeho plošný moment setrvačnosti nemění. Celkový ohybový moment lze pak vyjádřit jako

$$M_o = \frac{E \cdot J}{R} \cdot \frac{\Delta d\alpha}{d\alpha} \cdot K \quad (6.7)$$

kde  $K$  = Kármánův součinitel tuhosti kolena je funkcí součinitele  $\lambda$ ; podle počtu uvažovaných členů řady (rov.6.6) se mění index součinitele  $K$ , např.

$$K_1 = \frac{1 + 12 \cdot \lambda^2}{10 + 12 \cdot \lambda^2}, \quad K_2 = \frac{3 + 536 \cdot \lambda^2 + 4800 \cdot \lambda^4}{105 + 4136 \cdot \lambda^2 + 4800 \cdot \lambda^4} \quad \text{a dále viz [6.4]} \quad (6.8)$$

Pro praktické uplatnění Kármánova součinitele byla původní označení postupně upravena jako součinitel podajnosti kolena ve tvaru  $k_R = 1/K$  a dále zjednodušena Jenksem [6.2]

$$k_{RJ} = \frac{10 + 12 \cdot \lambda^2 - \mu}{1 + 12 \cdot \lambda^2 - \mu} \quad (6.9)$$

kde opravný součinitel  $\mu$  odstranil Kármánovo zpřesňování pomocí dalších členů a zavedl závislost na  $\lambda$  hodnotami

$\lambda$	$\mu$	$\lambda$	$\mu$	$\lambda$	$\mu$
0	1	0,2	0,3074	0,5	0,0749
0,05	0,7625	0,3	0,1764	0,75	0,0353
0,1	0,5684	0,4	0,1107	1	0,0203

S ohledem na vnitřní přetlak a na vliv omezeného středového úhlu kolena vyztuženého připojenými přímými trubkami dále zjednodušil Beskin [6.8] do dnes nejpoužívanějšího vztahu

$$k_{RB} = \frac{1,65}{\lambda} \geq 1 \quad (6.10)$$

Srovnáním všech uvedených vztahů v tab. 1 podle [6.2] lze dokázat, že odchylky od nejkomplicovanějších vztahů Kármannových jsou minimální a že dávají výsledky na straně vyšší bezpečnosti.

Tab. srovnání hodnot  $k_R$

$\lambda$	0	0,05	0,1	0,5	1
$k_{K1}$	10	9,74	9,04	3,25	1,69
$k_{K2}$	35	26,4	16,6	3,29	1,69
$k_{K3}$	84	34	17,3	3,26	1,68
$k_J$	$\infty$	34,6	17,3	3,29	1,69
$k_B$	$\infty$	33	16,5	3,3	1,65

Na zvýšené podajnosti potrubního systému se podílí nejen kolena, ale i změny materiálu a průřezu, u prostorového systému některá místa jsou namáhána ohybem některá krutem. Pak lze obecně napsat, že celková podajnost systému  $k$

$$k = k_R \cdot k_E \cdot k_J \cdot k_{\tau} \quad (6.11)$$

kde  $k_R$  - součinitel podajnosti kolena (používá se vztah 6.10)

$$k_E = E_z/E_i, \quad E_z - \text{modul pružnosti základního úseku}$$

$$E_i - \text{modul pružnosti počítaného úseku}$$

Závislost modulu pružnosti austenitických a feritických ocelí na teplotě  $t$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] lze vyjádřit rovnicemi

a) oceli austenitické

$$E = \left( \frac{1}{2,9193 \cdot 10^{-4} \cdot t + 0,46} \pm 0,015 \right) \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad (6.12a)$$

b) oceli feritické

$$E = \left( \frac{1}{3,041 \cdot 10^{-4} \cdot t + 0,456} \pm 0,006 \right) \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad (6.12b)$$

Dále  $k_J = J_z/J_i$  - poměr momentů setrvačnosti základního počítaného úseku;

$$J = \pi/64 (D_e^4 - D^4)$$

$k_{\tau} = EJ/GJ_p$  - poměr ohybové tuhosti k tuhosti v kruhu; pro ocel  $k_{\tau} = 1,3$ ; je-li  $J_p = 2J$  a  $G = E/2(1+\mu)$ , pak pro různě se promítající úseky do roviny:

- 1) Je-li úsek tvořen rovným potrubím, pak může a) ležet v uvažované rovině nebo s ní být rovnoběžný  $k_{\tau} = 1$
- b) být kolmo k rovině a pak se úsek jeví jako bod  $k_{\tau} = 1,3$
- c) být k průmětně skloněn pod úhlem  $\varphi \dots k_{\tau} = 1 + 0,3 \cdot \sin^2 \varphi$

- 2) je-li úsek tvořen kolenem, pak může a) ležet v uvažované nebo rovnoběžné rovině (jeví se ve skutečném měřítku)  $k_z = 1$   
 b) být kolmo k rovině, jeví se jako přímka  $k_z = 1 + 1,3/2 = 1,15$   
 c) rovina kolena s uvažovanou rovinou svírat úhel  $\varphi$   $k_z = 1,15 + 0,15 \frac{\cos 2\varphi \sin \alpha}{\alpha (\pi/180)}$   
 kde úhel  $\alpha$  je rozevření kolena; např.  
 pro  $\alpha = 90^\circ$  a  $\varphi = 45^\circ$   $k_z = 1,15$

### 6.1.2 Zvětšení ohybového napětí u kolena

Velikost součinitele  $\beta$  podle rov. (6.5) odvodil rovněž Kármán v závislosti na  $\lambda$  a  $k_R$ . Pro

$$\left. \begin{aligned} \lambda \geq 1,472 & \quad \beta = \frac{12 \cdot \lambda^2 - 2}{12 \cdot \lambda^2 + 1} \\ 0,5 < \lambda < 1,472 & \quad \beta = \frac{2}{3} \cdot k_R \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot \lambda^2 + 10}{36}} \\ \lambda < 0,5 & \quad \beta = 0,84 / \lambda^{2/3} \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

Podle amerických předpisů USAS B 31.7 a B 31.1,0 se součinitel zvýšení ohybového napětí  $\beta$  počítá s  $\lambda_c = h / \sqrt{1 - \mu^2}$  a s deformačním součinitelem  $\psi$ , který je ovlivňován vnitřním přetlakem  $p$ . Pak  $\psi = p/E \cdot (R^2/sr)$ . Podle Guestovy hypotézy

$$\sigma_e = \sqrt{(i_K \cdot \sigma_0)^2 + 4 \cdot \tau^2} = \frac{\sqrt{i_K^2 \cdot (M_{01}^2 + M_{02}^2) + M_K^2}}{W} \quad (6.14)$$

kde součinitel  $i_K$  daný podmínkou

$$i_K = \frac{0,9}{h^{2/3}} \geq 1 \quad (6.15a)$$

Uvažuje-li se ovlivnění vnitřním přetlakem, pak

$$i_{Kp} = i_K \left[ 1 + 3,25 \cdot \frac{pr}{Es} \cdot \left(\frac{R}{s}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^{2/3} \right]^{-1} \geq 1 \quad (6.15b)$$

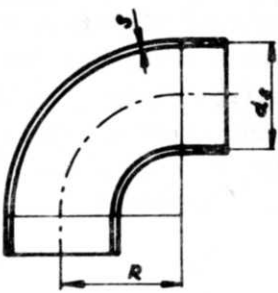
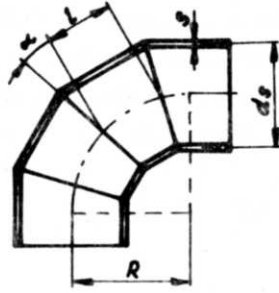
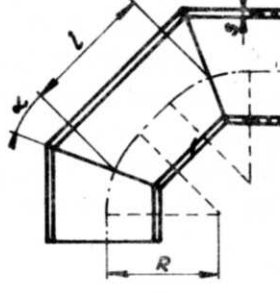
Pro segmentová kolena lze ve srovnání s hladkými koleny použít hodnoty z tab.6-1 [2].

U záhybových kolen (obr.6-9)  $k_{RZ} = k_R \cdot k_z$  a  $\beta_Z = \beta \cdot k_z \cdot \Delta R$ , a hodnoty  $k_{RZ}$  a  $\beta_Z$  vztahují na hodnoty užívané pro hladká kolena  $k_R$  a  $\beta$ . Velikost  $k_z$  a  $\Delta R$  lze odečíst z grafů na obr.6-10. U T-tvarovek s nevyztuženým otvorem  $\lambda = 2s/d_1$ ,  $k_R = 1$ ,  $\beta = 0,9/\lambda^{2/3}$ . Při vyztužení límcem o tl.  $s_1$

$$\lambda = \sqrt{\frac{(s + 0,5 \cdot s_1)^5}{r^2 \cdot s^3}} \quad (6.16)$$

S přírubou na jedné straně T-tvarovky se použije opravný činitel  $\lambda^{1/6}$ , s přírubami oboustrannými  $\lambda^{1/3}$

Tabulka 6.1 Výpočtové hodnoty podajností hladkých a segmentových kolien

	HLADKÉ KOLENO	SEGMENTOVÉ KOLENO	
		$l < \frac{d_s}{2} (1 + \lg \alpha)$	$l \geq \frac{d_s}{2} (1 + \lg \alpha)$
			
R	POLOMĚR STŘEDNICE	$\frac{l}{2} \cdot \cot \alpha$	$\frac{d_s}{4} (1 + \cot \alpha)$
h		$4 \frac{R \cdot s}{d_s^2}$	
$k_R$	$1,65/h$		$1,52/h^{5/6}$
$k_R'$	$1,65/h^{3/5}$		$1,52/h^{2/3}$
$k_R''$	$1,65/h^{2/3}$		$1,52/h^{1/3}$

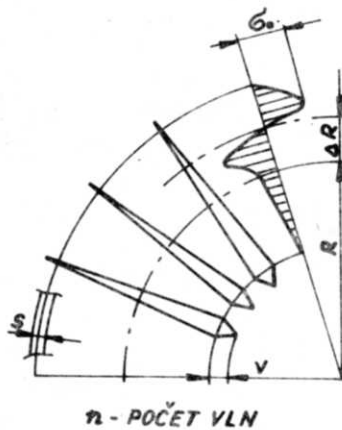
kde

$k_R'$  = součinitel podajnosti s jednostranně umístěnou přírubou na kolenu

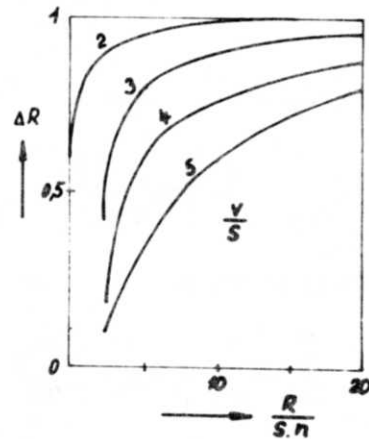
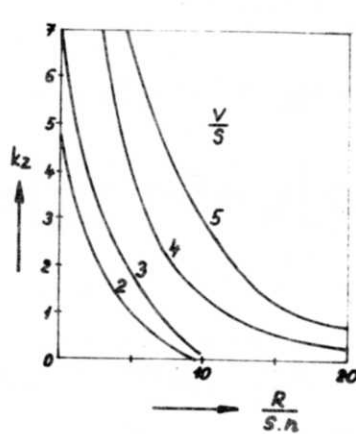
$$k_R' = k_R \cdot k \frac{1}{6}$$

$k_R''$  = součinitel podajnosti pro oboustranně umístěnou přírubu na kolenu

$$k_R'' = k_R \cdot k \frac{1}{3}$$



Obr. 6.9

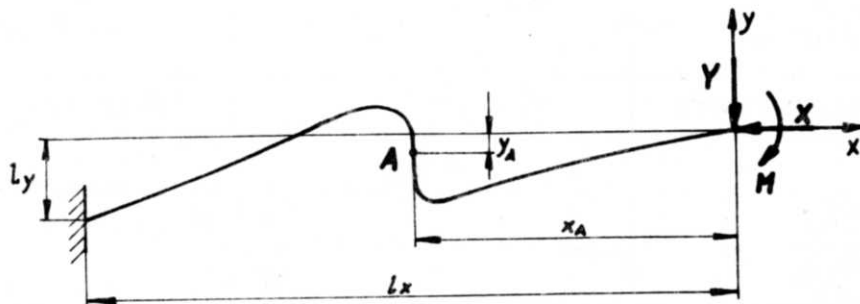


Obr. 6.10



## 6.2 Výpočet reakcí v zakotvení od teplotní roztažnosti

Všechny metody používané pro výpočty potrubních soustav jako staticky neurčitých nosníků jsou založeny na stejných principech a proto se dají navzájem převést. Výpočet sil v uložení lze provádět pouze na namáhání od teplotní dilatace, ostatní síly od dalších vnějších zatížení lze superponovat. Základním předpokladem pro řešení je úvaha, že s ohledem na štíhlost potrubí převažuje deformační práce ohybového momentu nad účinky práce normálových a posouvajících sil, které lze zanedbat. Lze tedy vycházet z výkladu druhé Castiglianovy věty, kde přetvárná práce od vnějších sil je dána posuvem ve směru působení síly. Je-li tedy celkový moment síly  $F$  nebo jejích složek  $X, Y$  a momentu  $M$  v uvolněném konci potrubního systému vzhledem k libovolnému bodu  $A$  na něm (obr.6-11)



Obr.6-11

$$M_A = X \cdot y_A - Y \cdot x_A + M = M_x + M_y + M_M \quad (6.17)$$

Pak jednotkový posuv v bodě  $A$  ve směru osy  $x$  od síly působící ve směru této osy

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{E \cdot y_0} \int m_x \frac{\partial m_x}{\partial F_x} dl = \frac{1}{E \cdot y_0} \int 1 \cdot y_A \cdot 1 y_A \cdot dl = \frac{1}{E \cdot y_0} \int y_A^2 \cdot dl \quad (6.18a)$$

Jednotkový posuv - příčinkový činitel - je vyvolán jednotkovou silou, proto moment od jednotkových sil  $M_A^1$

$$M_A^1 = 1 \cdot y_A - 1 \cdot x_A + 1 \quad (6.17a)$$

Dále jednotkový posuv ve směru osy  $x$  od síly působící ve směru osy  $y$  se označí

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{E \cdot y_0} \int m'_x \frac{\partial m'_y}{\partial F_x} = \frac{1}{E \cdot y_0} \int y_A \cdot (-x_A) dl = -\frac{1}{E \cdot y_0} \int x_A \cdot y_A \cdot dl \quad (6.18b)$$

Natočení ve směru osy  $x$  od momentu

$$\sigma_{xM} = \frac{1}{E \cdot y_0} \int m'_x \frac{\partial m'_M}{\partial M} \cdot dl = \frac{1}{E \cdot y_0} \int y_0 \cdot dl \quad (6.18c)$$

a natočení ve směru momentu  $M$  od momentu  $M_1$

$$\sigma_{MM} = \frac{1}{EY_0} \int m'_M \cdot \frac{\partial m'_M}{\partial m} \cdot dl = \frac{1}{EY_0} \int dl \quad (6.18d)$$

Podobně lze spočítat  $\delta_{yy} = 1/EY_0 \int x^2 dl$ ,  $\delta_{yM} = -1/EY_0 \int x dl$ .

Celkové deformace  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  a natočení  $\Delta \varphi$  rovinného dokonale vetknutého systému vede na 3 deformační rovnice

$$\left. \begin{aligned} \delta_{xx} \cdot X + \delta_{xy} \cdot Y + \delta_{xM} \cdot M &= \Delta x \\ \delta_{yx} \cdot X + \delta_{yy} \cdot Y + \delta_{yM} \cdot M &= \Delta y \\ \delta_{Mx} \cdot X + \delta_{My} \cdot Y + \delta_{MM} \cdot M &= \Delta \varphi = 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pro deformace} \\ \\ \text{pro natočení} \end{array} \quad (6.19)$$

Z fyzikálního hlediska lze považovat příčinkové činitele  $\delta_{xx}$ ,  $\delta_{xy}$  ..... za momenty momentových ploch vyvolané jednotkovou silou nebo momentové plochy od jednotkového momentu; moment momentové plochy je pak moment setrvačnosti pružné střednice k ose  $x$  (viz  $\delta_{xx}$ ) a podobně  $\delta_{xy}$  je deviační moment,  $\delta_{xM}$  statický moment pružné střednice. Délka pružné střednice  $\delta_{MM}$  je ovlivněna různou podajností úseků. Lze ji určit jako součin skutečné délky a celkového součinitele podajnosti  $k$  (kap.6.1.1). Mezní hodnoty  $k$  jsou pro velmi tuhý úsek, např. armatury, tvarovky apod.  $k = 0$  a pro velmi měkký úsek, tj. kloub (např. vlnový kompenzátor aj.)  $k = \infty$ . S ohledem na souměrnost rovnic (6.19) lze různě indexované příčinkové činitele zjednodušit použitím Maxwellovy věty o vzájemnosti posuvů, tj. např. lze psát, že  $\delta_{xy} \equiv \delta_{yx}$ ,  $\delta_{xM} \equiv \delta_{Mx}$  nebo  $\delta_{yM} \equiv \delta_{My}$ . Tím lze rovnice (6.19) zjednodušit za předpokladu, že

$$\delta_{xx} = \frac{y_x}{EY_0}, \quad \delta_{xy} = \frac{-y_{xy}}{EY_0}, \quad \delta_{yy} = \frac{y_y}{EY_0}, \quad \delta_{xM} = \frac{S_x}{EY_0}, \quad \delta_{yM} = -\frac{S_y}{EY_0} \quad \text{a} \quad \delta_{MM} = \frac{L_e}{EY_0}$$

$$\left. \begin{aligned} y_x \cdot X - y_{xy} \cdot Y + S_x \cdot M &= \Delta x \cdot EY_0 \\ -y_{xy} \cdot X + y_y \cdot Y - S_y \cdot M &= \Delta y \cdot EY_0 \\ S_x \cdot X - S_y \cdot Y + L_e \cdot M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.19a)$$

kde  $X, Y, M$  jsou síly a moment v uvolněném konci a  $J_0$  [ $m^4$ ] moment setrvačnosti průřezu, tj.  $J_0 = \pi/64 (D_e^4 - D_i^4)$ . Řešení rovnic o třech neznámých, tj.  $X, Y, M$  se zjednoduší, přesune-li se působíště sil z uvolněného konce do těžiště systému, kde víme, že ohybový moment se musí rovnat nule. Dělením třetí rovnice délkou  $L_e$  a  $M$  se rovná nule, pak zlomky  $S_x/L_e$  a  $S_y/L_e$  jsou souřadnice zmíněného těžiště. Tím odpadá tato rovnice a zároveň  $M = 0$  i v první a druhé rovnici; nové hodnoty  $J_{xT}$ ,  $J_{yT}$  a  $J_{xyT}$  jsou momenty setrvačnosti a deviační moment vztahované k těžišti soustavy. Platí pro ně

$$\left. \begin{aligned} y_{xT} &= \sum y_{xv} + \sum y_{xs} - S_x \cdot y_T \\ y_{yT} &= \sum y_{yv} + \sum y_{ys} - S_y \cdot x_T \\ y_{xyT} &= \sum y_{xyv} + \sum y_{xys} - S_y \cdot y_T \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

Index  $v$  značí vlastní moment k těžištní ose, index  $s$  moment podle Steinerovy věty vztahovaný k počátku souřadného systému,  $x_T$  a  $y_T$  souřadnice těžiště systému.

Pak rovnice (6.19a) přejde na

$$\begin{aligned} y_{xT} \cdot X - y_{xyT} \cdot Y &= \Delta x \cdot E \cdot y_0 \\ - y_{xyT} \cdot X + y_{yT} \cdot Y &= \Delta y \cdot E \cdot y_0 \end{aligned} \quad (6.19b)$$

Podobně jako u rovinné působí u prostorové potrubní soustavy na libovolný bod v jednotlivých rovinách  $x-y$ ,  $y-z$ ,  $x-z$  momenty od jednotkových sil, které lze napsat v následující úpravě

$$\begin{aligned} M_{xy}^1 &= M_{x1}^1 + M_{y1}^1 + M_{M1}^1 = 1 \cdot y_A - 1 \cdot x_A + 1 \\ M_{yz}^1 &= M_{y2}^1 + M_{z2}^1 + M_{N2}^1 = 1 \cdot z_A - 1 \cdot y_A + 1 \\ M_{xz}^1 &= M_{z3}^1 + M_{x3}^1 + M_{p3}^1 = 1 \cdot x_A - 1 \cdot z_A + 1 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Jednotlivé příčinkové činitele nabývají v tomto případě následující tvar; např.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{1}{E \cdot J_0} \cdot \left[ \int M_{x1}^1 \frac{\partial M_{x1}^1}{\partial x} \cdot dl + \int M_{x3}^1 \frac{\partial M_{x3}^1}{\partial x} \cdot dl \right] = \frac{1}{EJ_0} \left[ \int y_A^2 \cdot dl + \int (-z_A) \cdot (-z_A) \cdot dl \right] = \\ &= \frac{J_x(xy) + J_x(xz)}{EJ_0} = \frac{J_x}{EJ_0} \end{aligned} \quad (6.22a)$$

$$\sigma_{xy} = - \frac{1}{EJ_0} \cdot \int x_A y_A = - \frac{J_{xy}}{EJ_0} \quad (6.22b)$$

$$\sigma_{xM} = \frac{S_x(xy)}{EJ_0} ; \quad \sigma_{xP} = - \frac{S_x(xz)}{EJ_0} ; \quad \sigma_{xN} = 0 \quad (6.22c)$$

$$\sigma_{MM} = \frac{L_e(xy)}{EJ_0} ; \quad \sigma_{MN} = 0 ; \quad \sigma_{MP} = 0 \quad (6.22d)$$

Deformační rovnice pro prostorový systém

$$\begin{aligned} J_x \cdot X - J_{xy} \cdot Y - J_{xz} \cdot Z + S_x(xy) \cdot M - S_x(xz) \cdot P &= \Delta x \cdot E \cdot J_0 \\ - J_{xy} \cdot X + J_y \cdot Y - J_{yz} \cdot Z - S_y(xy) \cdot M + S_y(yz) \cdot N &= \Delta y \cdot E \cdot J_0 \\ - J_{xz} \cdot X - J_{yz} \cdot Y + J_z \cdot Z - S_z(yz) \cdot N + S_z(xz) \cdot P &= \Delta z \cdot E \cdot J_0 \end{aligned} \quad (6.23a)$$

$$\begin{aligned} S_x(xy) \cdot X - S_y(xy) \cdot Y + L_e(xy) \cdot M &= 0 \\ S_y(yz) \cdot Y - S_z(yz) \cdot Z + L_e(yz) \cdot N &= 0 \\ - S_x(xz) \cdot X + S_z(xz) \cdot Z + L_e(xz) \cdot P &= 0 \end{aligned}$$

Podobně jako u rovinné soustavy lze rovnice zjednodušit použitím těžiště jako působí sil  $X, Y, Z$

$$\begin{aligned}
 J_{xT} \cdot X - J_{xyT} \cdot Y - J_{xzT} \cdot Z &= \Delta x \cdot E \cdot J_0 \\
 - J_{xyT} \cdot X + J_{yT} \cdot Y - J_{yzT} \cdot Z &= \Delta y \cdot E \cdot J_0 \\
 - J_{xzT} \cdot X - J_{yzT} \cdot Y + J_{zT} \cdot Z &= \Delta z \cdot E \cdot J_0
 \end{aligned}
 \tag{6.23b}$$

Řešením dostáváme složky síly působící v těžišti rovin  $xy$ ,  $yz$  a  $xz$ .

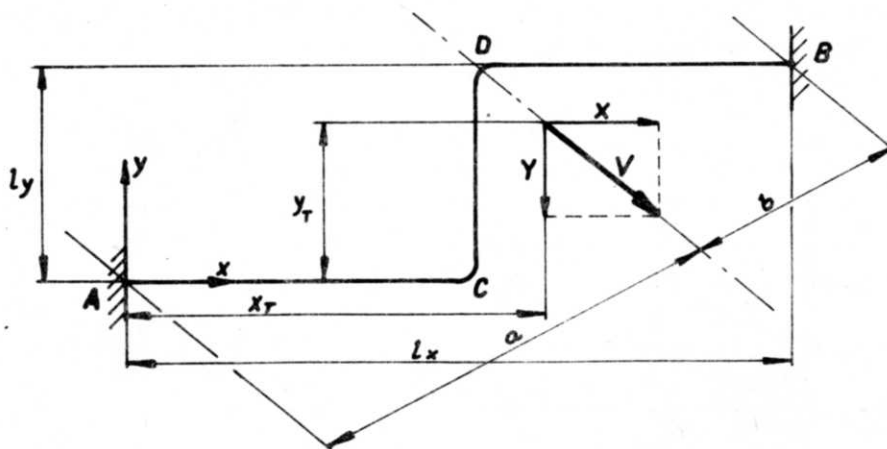
### 6.3 Výpočet ohybového namáhání od teplotní roztažnosti

Rovinný systém: Výslednice složek síly  $X$  a  $Y$  v těžišti systému určuje čáru nulového momentu a místa nejvíce vzdálená od ní největší ohybové namáhání. Jak vyplývá např. z obr.6.12 je max. ohybový moment v bodě  $A$  a rovná se

$$M_{oA} = V \cdot a$$

nebo

$$M_{oA} = X \cdot y_T + Y \cdot x_T$$



obr.6.12

Podobně lze spočítat ohybový moment v libovolném bodě  $B, C, D$  a tak např. pro bod  $B$

$$M_{oB} = V \cdot b = X \cdot (l_y - y_T) + Y \cdot (l_x - x_T) \quad \text{atd}$$

Ohybové napětí

$$\sigma_{oA} = \frac{M_{oA}}{W_{oA}} = \frac{M_{oA} \cdot D_e}{2 \cdot J_{oA}}$$

Prostorový systém: Pro zvolený bod lze spočítat tři momenty; dva z nich jsou vždy ohybové, třetí kroučící. Tam, kde rovný úsek je kolmý k průmětně a jeví se jako bod, působí kroučící moment. Koleno se v takovém uspořádání jeví jako úsečka. Jeví-li se např. rovný úsek v rovině  $xz$  jako bod, pak platí, že

$$M_{oA(xy)} = X \cdot (y_T - y_A) \mp Y \cdot (x_T - x_A)$$

$$M_{oA(yz)} = Y \cdot (z_T - z_A) \mp Z \cdot (y_T - y_A)$$

$$M_{kA}(xz) = Z \cdot (x_T - x_A) \mp X \cdot (z_T - z_A)$$

přičemž  $M_{oA} = \sqrt{M_{oA(xy)}^2 + M_{oA(yz)}^2}$  a  $M_{kA} = M_{oA}(xz)$

a ohybové napětí

$$\sigma_{oA} = \frac{M_{oA} \cdot D_e}{2 \cdot J_{oA}} \quad ; \quad \tau_k = \frac{M_{kA} \cdot D_e}{2 \cdot J_{pA}} = \frac{M_{kA} \cdot D_e}{4 \cdot J_{oA}}$$

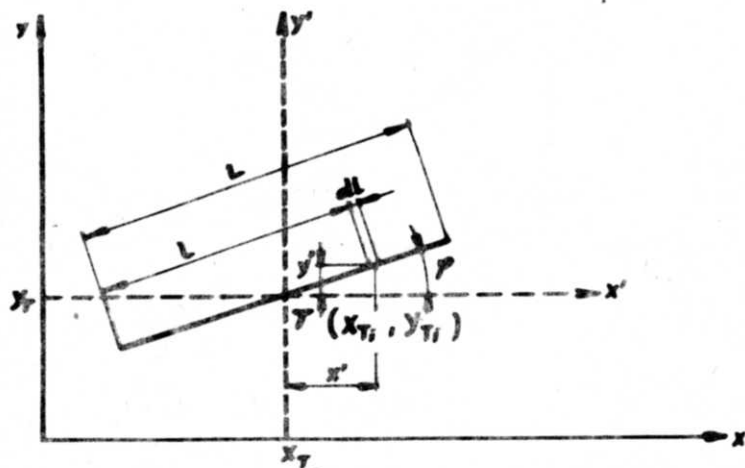
U prostorového systému působí složky sil  $X, Y, Z$  v těžištích průmětů; protože však délky pružných střednic nejsou v jednotlivých průmětech stejné, nejsou též těžiště průmětem jediného bodu. Délka střednice je tedy dána součtem

$$L_e = \sum L_{ei} \cdot k_i \quad (6.24)$$

#### 6.4 Stanovení vlastních momentů setrvačnosti a deviačních momentů

##### 6.4.1 Rovný úsek

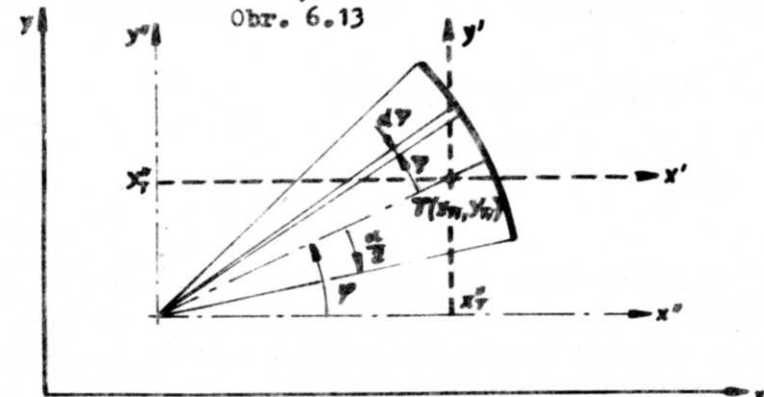
Těžiště rovného úseku leží v jeho středu; je-li podle obr.6.13 délka úseku  $L$  a svírá s osou  $x$  úhel  $\psi$  a  $x' = (1-L/2)/\cos \psi$  a  $y' = (1-L/2)/\sin \psi$ , pak vlastní moment setrvačnosti



$$J_{xv} = \int y'^2 \cdot dl = \frac{L^3}{12} \cdot \sin^2 \psi$$

$$J_{yv} = \int x'^2 \cdot dl = \frac{L^3}{12} \cdot \cos^2 \psi$$

$$J_{xyv} = \int x' \cdot y' \cdot dl = \frac{L^3}{12} \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi \quad (6.25)$$



obr.6.14

##### 6.4.2 Kolen

Pro koleno s poloměrem ohybu střednice  $R$ , rozvřením  $\alpha$  a sklonem střednice  $\psi$  (obr.6.14)

$$dl = R \cdot d\varphi \quad \dots \quad L = R \cdot \alpha$$

$$(\alpha \text{ [rad] , např. pro } \alpha = 90^\circ \quad L = \pi/2 \cdot R)$$

$$x^s = R \cdot \cos(\psi + \varphi) = R(\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi)$$

$$y^s = R \cdot \sin(\psi + \varphi) = R(\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi)$$

(6.26)

Statický moment  $S_x^0 = \int x^0 \cdot dl = 2R^2 \sin \alpha / 2 \cdot \sin \psi$   
 $S_y^0 = \int y^0 \cdot dl = 2R^2 \sin \alpha / 2 \cdot \cos \psi$  (6.27)

Průmět těžiště do os  $x^0$  a  $y^0$

$$x_T^0 = \frac{S_y^0}{L} = R \cdot \frac{2}{\alpha} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \psi = C(1) \cdot \cos \psi$$

$$y_T^0 = \frac{S_x^0}{L} = R \cdot \frac{2}{\alpha} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \psi = C(1) \cdot \sin \psi$$
 (6.28)

Moment setrvačnosti k osám  $x^0$  a  $y^0$

$$J_x^0 = \int y^{02} \cdot dl = R^3 \left( \frac{\alpha + \sin \alpha}{2} \cdot \sin^2 \psi + \frac{\alpha - \sin \alpha}{2} \cdot \cos^2 \psi \right)$$

$$J_y^0 = \int x^{02} \cdot dl = R^3 \left( \frac{\alpha + \sin \alpha}{2} \cdot \cos^2 \psi + \frac{\alpha - \sin \alpha}{2} \cdot \sin^2 \psi \right)$$
 (6.29)
$$J_{xy}^0 = \int x^0 y^0 \cdot dl = R^3 \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi$$

Vlastní momenty setrvačnosti k těžišti kolena T (počátek  $x'$  a  $y'$ )

$$J_{xv} = J_x^0 - L \cdot y_T^0{}^2$$

$$J_{yv} = J_y^0 - L \cdot x_T^0{}^2$$
 (6.30)
$$J_{xyv} = J_{xy}^0 - L \cdot x_T^0 \cdot y_T^0$$

Zavedením konstant C(1) až C(4) závislých pouze na rozevření  $\alpha$ , pak

$$C(1) = \frac{2}{\alpha} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$C(2) = \frac{\alpha + \sin \alpha}{2} - \frac{4}{\alpha} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$
 (6.31)
$$C(3) = \frac{\alpha - \sin \alpha}{2}$$

$$C(4) = \sin \alpha - \frac{4}{\alpha} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

budou jejich velikosti dány tab.6-2

$\alpha =$	30°	60°	90°	120°	150°	180°
C(1)	0,9886	0,955	0,9003	0,827	0,738	0,637
C(2)	$5,41 \cdot 10^{-5}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	0,0122	0,0478	0,1335	0,298
C(3)	0,018	0,0906	0,285	0,614	1,059	1,571
C(4)	-0,0117	-0,0889	-0,273	-0,566	-0,926	-1,273

Souřadnice těžiště a vlastní momenty podle (6.30) použitím C(1) až C(4)

$$x_T^0 = C(1) \cdot \cos \psi$$

$$y_T'' = C(1) \cdot \sin \psi$$

$$y_{xy} = R^3 \cdot [C(2) \cdot \cos^2 \psi + C(3) \cdot \sin^2 \psi] = c_x R^3$$

$$y_{yv} = R^3 \cdot [C(2) \cdot \sin^2 \psi + C(3) \cdot \cos^2 \psi] = c_y R^3 \quad (6.30a)$$

$$y_{xyv} = R^3 \cdot C(4) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi = c_{xy} \cdot R^3$$

Pro  $\alpha = 90^\circ$  a  $\psi = 45^\circ$   $C_x \equiv C_y = 0,149$  ;  $C_{xy} = -0,137$   
 $\psi = 135^\circ$   $C_x \equiv C_y = 0,149$  ;  $C_{xy} = +0,137$

#### 6.4.3 Stanovení momentů setrvačnosti všech úseků k počátku souřadných os

Momenty  $J_{x_0}$ ,  $J_{y_0}$  a  $J_{xy_0}$  k počátku souřadného systému se určí ze součtu vlastních momentů všech úseků a ze součtu momentů ze Steinerovy věty, kde

$$J_{xsi} = L_{ei} \cdot y_{Ti}^2 ; J_{ysi} = L_{ei} \cdot x_{Ti}^2 \text{ a } J_{xysi} = L_{ei} \cdot x_{Ti} \cdot y_{Ti} ; \text{ pak}$$

$$J_{x_0} = \sum J_{xvi} + \sum J_{xsi}$$

$$J_{y_0} = \sum J_{yvi} + \sum J_{ysi} \quad (6.32)$$

$$J_{xy_0} = \sum J_{xyvi} + \sum J_{xysi}$$

a podobně statické momenty  $S_x = \sum L_{ei} \cdot y_{Ti}$   
 $S_y = \sum L_{ei} \cdot x_{Ti}$

Délky  $L_{ei}$  jsou pružné délky úseků, tedy  $L_{ei} = L_i \cdot k_i$ , kde  $k_i$  (viz kap.6.1.1)

#### 6.4.4 Stanovení momentů setrvačnosti k těžišti systému

Jsou-li známy souřadnice těžiště  $x_T = S_y/L_e$  a  $y_T = S_x/L_e$  z celkových statických momentů  $S_x$  a  $S_y$  (6.32), pak posun hodnot  $J_{x_0}$ ,  $J_{y_0}$  a  $J_{xy_0}$  do těžiště se řeší opět Steinerovou větou;

pak  $J_{xT} = J_{x_0} - S_x \cdot y_T = \sum J_{xvi} + \sum J_{xsi} - S_x \cdot y_T$

a podobně  $J_{yT} = J_{y_0} - S_y \cdot x_T$   
 $J_{xyT} = J_{xy_0} - S_y \cdot y_T \quad (6.33)$

#### 6.4.5 Příklad rovinného potrubního systému

Jako příklad výpočtu reakcí a ohybového namáhání od teplotních dilatací rovinného potrubního systému nechť slouží kompenzační útvar se šesti úseky (obr. 6.15). Část A-C, tj. úsek 1 až 3 sestává z potrubí  $\varnothing 323,9,7,1$  mm se vstupní teplotou  $500^\circ\text{C}$  (materiálové hodnoty  $E_{1,3} \equiv 1,83 \cdot 10^{11}$  Pa,  $\alpha = 12,2 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ). Po nástřiku v C se zchladí medium na  $350^\circ\text{C}$  a změní se průřez potrubí na  $\varnothing 273,6,3$  mm (materiál. hodnoty  $E_{4-6} = 2 \cdot 10^{11}$  Pa a  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ). Oboustranné vetknutí se uvolní v bodě B, kde se připojí souřadný systém x-y. Délky průmětů  $l_{xA-C} = 6$  m,  $l_{xC-B} = 5$  m,  $l_{yA-C} = 3$  m,  $l_{yC-B} = 5,9$  m a poloměry kolen  $R_2 = 1,2 \text{ m}/90^\circ$  a  $R_5 = 1 \text{ m}/60^\circ$  určují délky rovných úseků, tj.  $L_1 = 4,8$  m;  $L_3 = 1,8$  m;  $L_4 = 2,436$  m a  $L_6 = 5,196$  m. Jako základní úsek byl zvolen rovný úsek č.4.

POSTUP VÝPOČTU:

1) Výpočet podajnosti úseků

$k = k_E \cdot k_J \cdot k_R$  (kap.6.1.1):

a)  $k_E = E_z/E_i$ , kde  $E_z = E_4 =$

$= 2 \cdot 10^{11}$  Pa, změna materiálových vlastností platí pro úseky 1 až 3, kde  $E_i = E_{1+3} = 1,83 \cdot 10^{11}$  Pa. Proto  $k_E = 2 \cdot 10^{11} / 1,83 \cdot 10^{11} = 1,093$  (pro úseky 4 až 6  $k_E = 1$ );

b)  $k_J = \frac{J_z}{J_i}$ , kde  $J_i = J_{1+3} = \frac{\pi}{64} \cdot$

$(D_e^4 - D_i^4) = \frac{\pi}{64} (0,3239^4 -$

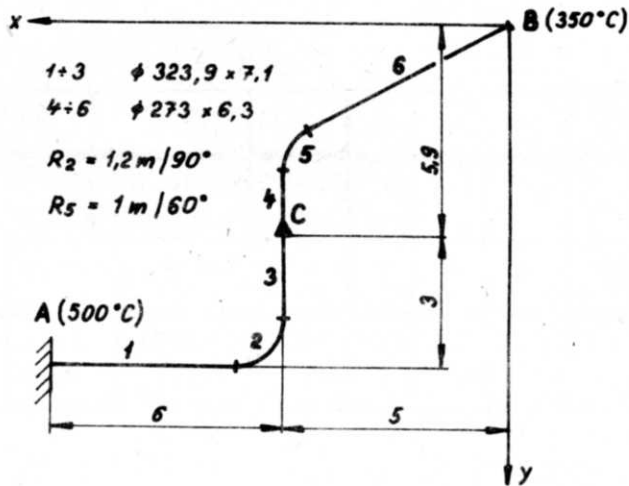
$- 0,3097^4) = 8,869 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ ; pro

$J_z = J_4 = \frac{\pi}{64} (0,273^4 - 0,2604^4) = 4,696 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ . Pak  $k_J = \frac{4,696 \cdot 10^{-5}}{8,869 \cdot 10^{-5}} = 0,53$

c) pro oblouky  $k_R = 1,65/\lambda$  a  $\lambda = R \cdot s/r^2$ ; pro oblouk 2 -

$\lambda_2 = \frac{1,2 \cdot 7,1 \cdot 10^{-3}}{0,1584^2} = 0,3396$  a  $k_{R2} = \frac{1,65}{0,3396} = 4,86$ ; pro oblouk 5

$\lambda_5 = \frac{1,6 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{0,13335^2} = 0,3543$  a  $k_{R5} = \frac{1,65}{0,3543} = 4,66$



zákl. úsek

Úsek č.	$k_E$	$k_J$	$k_R$	$k$
1	1,093	0,53	1	0,579
2	1,093	0,53	4,86	2,82
3	1,093	0,53	1	0,579
4	1	1	1	1
5	1	1	4,66	4,66
6	1	1	1	1

2) Výpočet vlastních momentů  $J_{xv}, J_{yv}, J_{xyv}$  [m<sup>3</sup>]

a) rovné úseky

úsek č.	délka [m]	L3/12	k	$\psi$	$\sin \psi$	$\cos \psi$	$\sin^2 \psi$	$\cos^2 \psi$	$\frac{\sin 2\psi}{\cos \psi}$	$J_{xvi}$	$J_{yvi}$	$J_{xyvi}$
1	4,8	9,216	0,579	0°	-	1	-	1	-	-	5,366	-
3	1,8	0,486	0,579	90°	1	-	1	-	-	0,281	-	-
4	2,436	1,205	1	90°	1	-	1	-	-	1,205	-	-
6	5,196	11,69	1	30°	0,5	0,866	0,25	0,75	0,433	2,923	8,768	5,062
$\Sigma$										4,409	14,134	5,062



Souřadnice těžiště útvaru

$$x_T = \frac{S_y}{L_e} = \frac{105,46}{21,649} = 4,87 \text{ m}$$

$$y_T = \frac{S_x}{L_e} = \frac{109,55}{21,649} = 5,06 \text{ m}$$

4) výpočet momentů  $J_{xT}$ ,  $J_{yT}$ ,  $J_{xyT}$  k těžišti útvaru:

$$J_{xT} = \sum J_{xvi} + \sum J_{xsi} - S_x \cdot y_T = 5,453 + 754,85 - 109,55 \cdot 5,06 = 205,98 \sim 206 \text{ m}^3$$

$$J_{yT} = \sum J_{yvi} + \sum J_{ysi} - S_y \cdot x_T = 14,97 + 589,59 - 105,46 \cdot 4,87 = 90,97 \sim 91 \text{ m}^3$$

$$J_{xyT} = \sum J_{xyvi} + \sum J_{xysi} - S_y \cdot y_T = 4,573 + 635,31 - 105,46 \cdot 5,06 = 106,26 \text{ m}^3$$

5) Výpočet deformací od teplotních dilatací:

$$\begin{aligned} \Delta x &= l_{x(1-3)} \cdot \bar{\alpha}_{(1-3)} \cdot \Delta t_{(1-3)} + l_{x(4-6)} \cdot \alpha_{(4-6)} \cdot \Delta t_{(4-6)} \\ &= 6 \cdot 122 \cdot 10^{-6} \cdot 480 + 5 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 330 = 5,4936 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= l_{y(1-3)} \cdot \bar{\alpha}_{(1-3)} \cdot \Delta t_{(1-3)} + l_{y(4-6)} \cdot \alpha_{(4-6)} \cdot \Delta t_{(4-6)} = \\ &= 3 \cdot 12,2 \cdot 10^{-6} \cdot 480 + 5,9 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 330 = 4,0932 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

6) Výpočet složek sil  $X, Y$  s působištem v těžišti útvaru:

Součin  $E_z J_z$  ohybové tuhosti základního úseku

$$E_z J_z = 2 \cdot 10^{11} \cdot 4,696 \cdot 10^{-5} = 9,392 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$$

$$\begin{aligned} X &= E_z J_z \cdot \frac{\Delta x \cdot J_{yT} + \Delta y \cdot J_{xyT}}{J_{xT} \cdot J_{yT} - J_{xyT}^2} = 9,392 \cdot 10^6 \cdot \frac{5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 91 + 4,09 \cdot 10^{-2} \cdot 106,3}{206 \cdot 91 - 106,3^2} = \\ &= 11\,796 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= E_z J_z \cdot \frac{\Delta y \cdot J_{xT} + \Delta x \cdot J_{xyT}}{J_{xT} \cdot J_{yT} - J_{xyT}^2} = 9,392 \cdot 10^6 \cdot \frac{4,09 \cdot 10^{-2} \cdot 206 + 5,5 \cdot 10^{-2} \cdot 106,3}{206 \cdot 91 - 106,3^2} = \\ &= 17\,848 \text{ N} \end{aligned}$$

7) Výpočet nejzatíženějšího místa je max. vzdáleností od přímky nulového ohybového momentu určené výslednicí sil  $X$  a  $Y$  (obr.6.16). V podstatě záleží na přesném zakreslení sil v měřítku, aby nebylo třeba provádět zbytečné matematické operace. Z obr.6.16 je patrné, že největší ohybový moment je v bodě  $A$ .  $M_{oA}$  lze spočítat buď přímo pomocí velikosti ramena odečteného z obrázku nebo pomocí složek  $X$  a  $Y$ . Pro

$$V = \sqrt{X^2 + Y^2} = 21\,394 \text{ N}; \text{ odečteno } a \doteq 3 \text{ m}$$

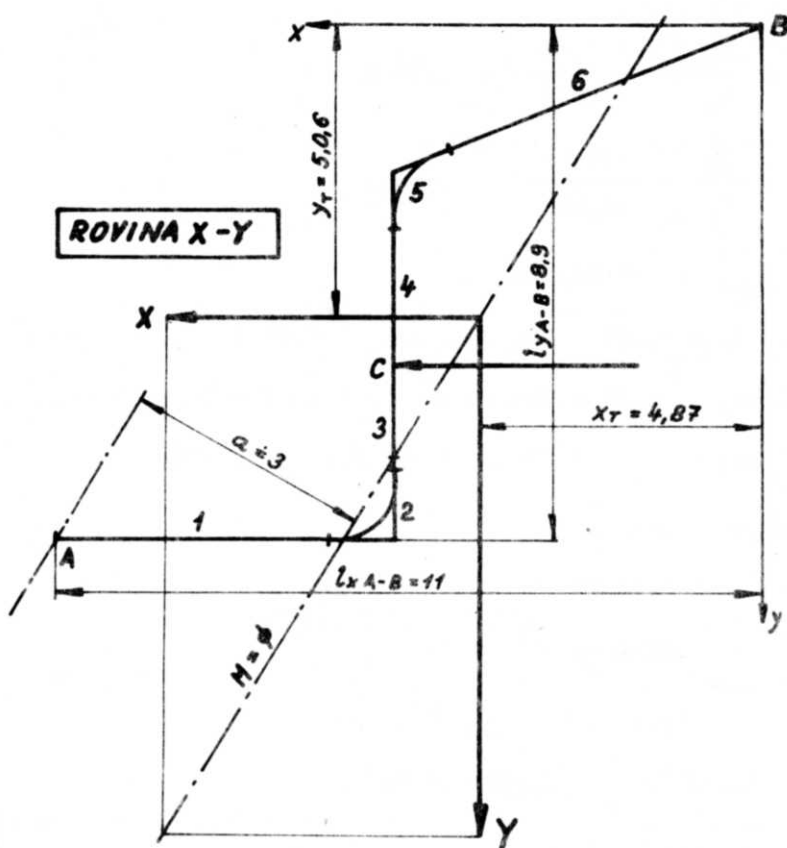
Pak

$$M_{oA} = V \cdot a = 21\,394 \cdot 3 = 64\,182 \text{ Nm}$$

nebo

$$M_{oA} = X \cdot (8,9 - y_T) - Y \cdot (11x - x_T) =$$

$$11\,796 \cdot 3,84 - 17\,848 \cdot 6,13 = -64\,112 \text{ Nm}$$



obr.6.16

$$\text{Je-li } W_{oA} = \frac{2 \cdot J_{(1-3)}}{d_e}$$

$$= \frac{2,8,869 \cdot 10^{-5}}{0,3239} = 5,4764 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{Pak ohybové napětí } \sigma_{oA} = \frac{M_{oA}}{W_{oA}} = \frac{64 \ 182}{5,4764 \cdot 10^{-4}}$$

$$= 117,2 \text{ MPa}$$

Pro zajímavost lze spočítat ohybové napětí v reakci B, kde

$$M_{oB} = X \cdot 5,06 - Y \cdot 4,87 = -27 \ 232 \text{ Nm}$$

Moment odporu vzhledem ke změně průřezu

$$W_{oB} = \frac{2 \cdot J_{4+6}}{d_e} =$$

$$= \frac{2,4,696 \cdot 10^{-5}}{0,273} = 3,44 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

a ohybové napětí

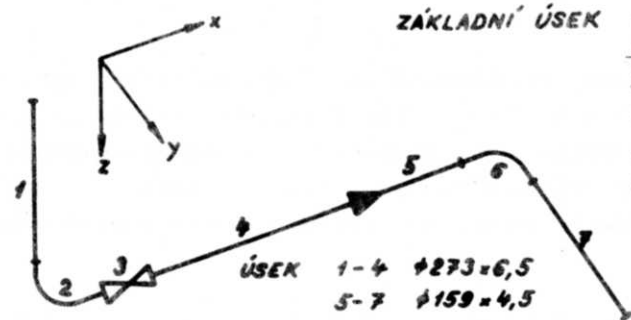
$$\sigma_o = \frac{27 \ 232}{3,44 \cdot 10^{-4}} = 79,16 \text{ MPa,}$$

což rovněž odpovídá pomě-

rům podle obr.6.16.

#### 6.4.6 Příklad prostorového potrubního systému:

Jako příklad prostorového kompenzačního útvaru bylo vybráno jednoduché řešení s průřezovou změnou a zařazenou armaturou. Vstupní údaje jsou uvedeny na obr.



obr.6.17

ZÁKLADNÍ ÚSEK  
1 - L = 3,2  
2 - R = 1,2  
3 - L = 0,6  
4 - L = 4,4  
5 - L = 1,6  
6 - D = 1  
7 - L = 3

ÚSEK 1-4  $\phi 273 = 6,5$   
5-7  $\phi 159 = 4,5$

6.17, materiálové hodnoty jsou stejné pro všechny úseky:  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $\Delta t = 300 \text{ K}$ ,  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , materiál 15 128,  $\sigma_k = 294 \text{ MPa}$ .

1) Výpočet součinitelů podajnosti  $k = k_R \cdot k_J \cdot k_R \cdot k_Z$

a) s ohledem na stejnou kvalitu a teplotu

materiálu trubek  $k_E = 1$ ;

$$\text{b) základní úsek č.1 má } J_z = \frac{\pi}{64} (D_e^4 - D_i^4) = \frac{\pi}{64} \cdot (0,273^4 - 0,26^4) =$$

$$= 4,834 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4, \text{ úsek 5 až 7 } J_5 = \frac{\pi}{64} (0,159^4 -$$

$$- 0,15^4) = 6,52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4 \text{ a } k_{J5} = 7,41$$

c)  $k_R$ ; koleno 2 pro  $\bar{D} = 0,2665 \text{ m}$ ,  $s = 0,0065 \text{ m}$  a  $R = 1,2 \text{ m}$  má  $\lambda_2 = 0,439$  a  $k_R = 1,65/0,439 = 3,76$ ; koleno 6 pro  $\bar{D} = 0,1545$ ;  $s = 0,0045 \text{ m}$  a  $R = 1 \text{ m}$  bude mít  $\lambda_6 = 0,754$  a  $k_{R6} = 219$

d)  $k_z$  - v průmětu, kde rovný úsek se jeví jako bod, bude  $k_z = 1,3$ , v ostatních dvou  $k_z = 1$ ; u kolena musí být dvakrát  $k_z = 1,15$ , když je koleno jako příčka, pouze v jednom průmětu lze je vidět jako oblouk a  $k_z = 1$ ; ostatní údaje jsou zřejmé z tabulky

úsek č	$\lambda_i$	$k_R$	$k_J$	$k_E$	$k_z$			celkové k		
					xy	yz	xz	xy	yz	xz
1	-	1	1	1	1,3	1	1	1,3	1	1
2	0,439	3,76	1	1	1,15	1,15	1	4,32	1,32	3,76
3	-	0	1	1	1	1,3	1	0	0	0
4	-	1	1	1	1	1,3	1	1	1,3	1
5	-	1	7,41	1	1	1,3	1	7,41	9,63	7,41
6	0,754	2,19	7,41	1	1	1,15	1,15	16,23	18,66	18,66
7	-	1	7,41	1	1	1	1,3	7,41	7,41	9,63

2) Výpočet vlastních momentů v jednotlivých rovinách

rovný úsek  $J_i = L^3 k c_i$ ;

koleno  $J_i = R^3 k c_i$

úsek	$L^3$ NEBO $R^3$	Rovina X-Y						Rovina Y-Z						Rovina X-Z																																			
		k	$C_x$	$C_y$	$C_{xy}$	$y_{xv}$	$y_{yv}$	$y_{xyv}$	k	$C_y$	$C_z$	$C_{yz}$	$y_{yv}$	$y_{zv}$	$y_{yzv}$	k	$C_x$	$C_z$	$C_{xz}$	$y_{xv}$	$y_{zv}$	$y_{xzv}$																											
1	32,768	1,3	-	-	-	-	-	1	1/12	-	-	2,73	-	-	1	1/12	-	-	2,73	-	-	-																											
2	1,728	4,32	-	0,149	-	1,112	-	4,32	0,149	-	-	1,112	-	-	3,76	0,149	0,149	0,137	1,112	1,112	1,023	-																											
3	0,216	0	-	1/12	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	0	-	1/12	-	-	-	-	-																											
4	85,18	1	-	1/12	-	7,1	-	1,3	-	-	-	-	-	-	1	-	1/12	-	-	7,1	-	-																											
5	4,1	7,41	-	1/12	-	2,53	-	9,63	-	-	-	-	-	-	7,41	-	1/12	-	-	2,53	-	-																											
6	1	16,23	0,149	0,149	0,137	2,42	2,42	2,22	18,66	-	0,149	-	2,78	-	18,66	-	0,149	-	-	2,78	-	-																											
7	27	7,41	1/12	-	-	16,67	-	7,41	-	1/12	-	16,67	-	-	9,63	-	-	-	-	-	-	-																											
		$\Sigma$ 19,09						$\Sigma$ 13,16						$\Sigma$ 2,22						$\Sigma$ 3,84						$\Sigma$ 13,15						$\Sigma$ 3,84						$\Sigma$ 13,22						$\Sigma$ 1,02					

3) výpočet pružné délky  $L_e$  a momentů dle Steinerovy věty:

a) rovina x-y:

úsek	skut. délka L	k	$L_e$	$x_T$	$y_T$	$L_e \cdot x_T$	$L_e \cdot y_T$	$L_e x_T^2$	$L_e y_T^2$	$L_e z_T y_T$
1	3,2	1,3	4,16	-	-	-	-	-	-	-
2	1,885	4,32	8,143	0,436	-	3,55	-	1,55	-	-
3	0,6	0	-	1,5	-	-	-	-	-	-
4	4,4	1	4,4	4	-	17,6	-	70,4	-	-
5	1,6	7,41	11,86	7	-	82,99	-	580,94	-	-
6	1,571	16,23	25,5	8,437	0,363	215,12	9,26	1815,0	3,36	78,09
7	3	7,41	22,23	8,8	2,5	177,84	50,52	1565,0	126,31	444,6
$\Sigma$			76,29			497,1	59,78	4032,89	129,67	522,69
			$L_e$			$S_y$	$S_x$	$J_{ys}$	$J_{xs}$	$J_{xys}$

b) rovina y-z:

úsek	i	k	$L_e$	$y_T$	$z_1$	$L_e y_T$	$L_e z_T$	$L_e y_T^2$	$L_e x_T^2$	$L_e x_T y_T$
1	3,2	1	3,2	-	1,6	-	5,12	-	8,19	-
2	1,885	4,32	8,14	-	3,964	-	32,28	-	127,96	-
3	0,6	0	-	0	4,4	-	-	-	-	-
4	4,4	1,3	5,72	-	4,4	-	25,17	-	110,74	-
5	1,6	9,63	15,41	-	4,4	-	67,8	-	298,3	-
6	1,571	18,66	29,31	0,363	4,4	10,64	128,99	3,86	567,5	46,82
7	3	7,41	22,23	2,5	4,4	55,58	97,81	138,94	430,37	244,53
$\Sigma$			84,01			66,22	357,17	142,8	1543,06	291,35
			$L_e$			$S_z$	$S_z$	$J_{ys}$	$J_{zs}$	$J_{yze}$

c) rovina x-z

úsek	L	k	$L_e$	$x_T$	$z_T$	$L_e x_T$	$L_e z_T$	$L_e x_T^2$	$L_e y_T^2$	$L_e x_T z_T$
1	3,2	1	3,2	-	1,6	-	5,12	-	8,19	-
2	1,885	3,76	7,09	0,436	3,964	3,09	28,1	1,35	111,37	12,25
3	0,6	0	-	1,5	4,4	-	-	-	-	-
4	4,4	1	4,4	4	4,4	17,6	19,36	70,4	85,18	77,44
5	1,6	7,41	11,86	7	4,4	82,99	52,17	580,94	229,53	365,16
6	1,571	18,66	29,31	8,437	4,4	247,33	128,99	2086,72	567,5	1088,25
7	3	9,63	28,89	8,8	4,4	254,23	127,12	2237,24	559,31	1118,62
$\Sigma$			84,75			605,24	360,86	4976,65	1561,08	2661,72
			$L_e$			$S_z$	$S_x$	$J_{zs}$	$J_{xs}$	$J_{xzs}$

4) souřadnice těžiště útvaru:

a) rovina x-y

$$x_T = \frac{S_y}{L_e} = \frac{497,1}{76,29} = 6,52 \text{ m}$$

$$y_T = \frac{S_x}{L_e} = \frac{59,78}{76,29} = 0,784 \text{ m}$$

b) rovina y-z

$$y_T = \frac{S_z}{L_e} = \frac{66,22}{84,01} = 0,788 \text{ m}$$

$$z_T = \frac{S_y}{L_e} = \frac{357,17}{84,01} = 4,25 \text{ m}$$

c) rovina x-z

$$x_T = \frac{S_z}{L_e} = \frac{605,24}{84,75} = 7,14 \text{ m}$$

$$z_T = \frac{S_x}{L_e} = \frac{360,86}{84,75} = 4,26 \text{ m}$$

5) momenty k těžišti kompenzačního útvaru

a) rovina x-y:

$$J_{xT} = \sum J_{xvi} + \sum J_{xsi} - S_x \cdot y_T = 19,09 + 129,67 - 59,78 \cdot 0,784 = 101,9 \text{ m}^3$$

$$J_{yT} = \sum J_{yvi} + \sum J_{ysi} - S_y \cdot x_T = 13,16 + 4032,89 - 497,1 \cdot 6,52 = 804,96 \text{ m}^3$$

$$J_{xyT} = \sum J_{xyvi} + \sum J_{xysi} - S_y \cdot y_T = 2,22 + 522,69 - 497,1 \cdot 0,784 = 135,18 \text{ m}^3$$

b) rovina y-z:

$$J_{yT} = \sum J_{yvi} + \sum J_{ysi} - S_y \cdot z_T = 3,84 + 1543,06 - 357,17 \cdot 4,25 = 28,93 \text{ m}^3$$

$$J_{zT} = \sum J_{zvi} + \sum J_{zsi} - S_z \cdot y_T = 19,15 + 142,8 - 66,22 \cdot 0,788 = 109,77 \text{ m}^3$$

$$J_{yzT} = \sum J_{yzvi} + \sum J_{yzsi} - S_z \cdot z_T = 0 + 291,35 - 66,22 \cdot 4,25 = 9,92 \text{ m}^3$$

c) rovina x-z:

$$J_{xT} = \sum J_{xvi} + \sum J_{xsi} - S_x \cdot z_T = 3,84 + 1561,08 - 360,86 \cdot 4,26 = 27,66 \text{ m}^3$$

$$J_{zT} = \sum J_{zvi} + \sum J_{zsi} - S_z \cdot x_T = 13,22 + 4976,65 - 605,24 \cdot 7,14 = 668,46 \text{ m}^3$$

$$J_{xzT} = \sum J_{xzvi} + \sum J_{xzsi} - S_z \cdot z_T = 1,02 + 2661,72 - 605,24 \cdot 4,26 = 84,42 \text{ m}^3$$

6) Součet momentů z jednotlivých rovin, např.  $J_x = J_{x(xy)} + J_{x(xz)}$  apod.

$$J_x = J_{xT(xy)} + J_{xT(xz)} = 101,9 + 27,66 = 129,6 \text{ m}^3 ; J_{xy} = J_{xyT} = 135,2 \text{ m}^3$$

$$J_y = J_{yT(xy)} + J_{yT(yz)} = 804,96 + 28,93 = 833,9 \text{ m}^3 ; J_{yz} = J_{yzT} = 9,9 \text{ m}^3$$

$$J_z = J_{zT(yz)} + J_{zT(xz)} = 109,77 + 668,46 = 778,2 \text{ m}^3 ; J_{xz} = J_{xzT} = 84,4 \text{ m}^3$$

7) Sestavení rovnice soustavy podle (6,23b), je-li

$$\Delta x = l_x \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = 8,8 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 300 = 3,168 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta y = l_y \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = 4 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 300 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta z = l_z \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = 4,4 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 300 = 1,584 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{a součin } E_z \cdot J_z = 2 \cdot 10^{11} \cdot 4,834 \cdot 10^{-5} = 9,668 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$$

Pak

$$129,6 \cdot X - 135,2 \cdot Y - 84,4 \cdot Z = 306 \ 282$$

$$-135,2 \cdot X + 833,9 \cdot Y - 9,9 \cdot Z = 139 \ 219$$

$$-84,4 \cdot X - 9,9 \cdot Y + 778,2 \cdot Z = 153 \ 141$$

Řešením těchto lineárních rovnic o 3 neznámých lze spočítat, že

$$X = 3 \ 524 \text{ N}$$

$$Y = 745,3 \text{ N}$$

$$Z = 588,5 \text{ N}$$

Vynesením těchto sil do těžišť v jednotlivých rovinách lze získat přímký nulového momentu a místa max. ohybových napětí (viz obr.6.18). Maximálně namáhanými místy budou asi body A a F.

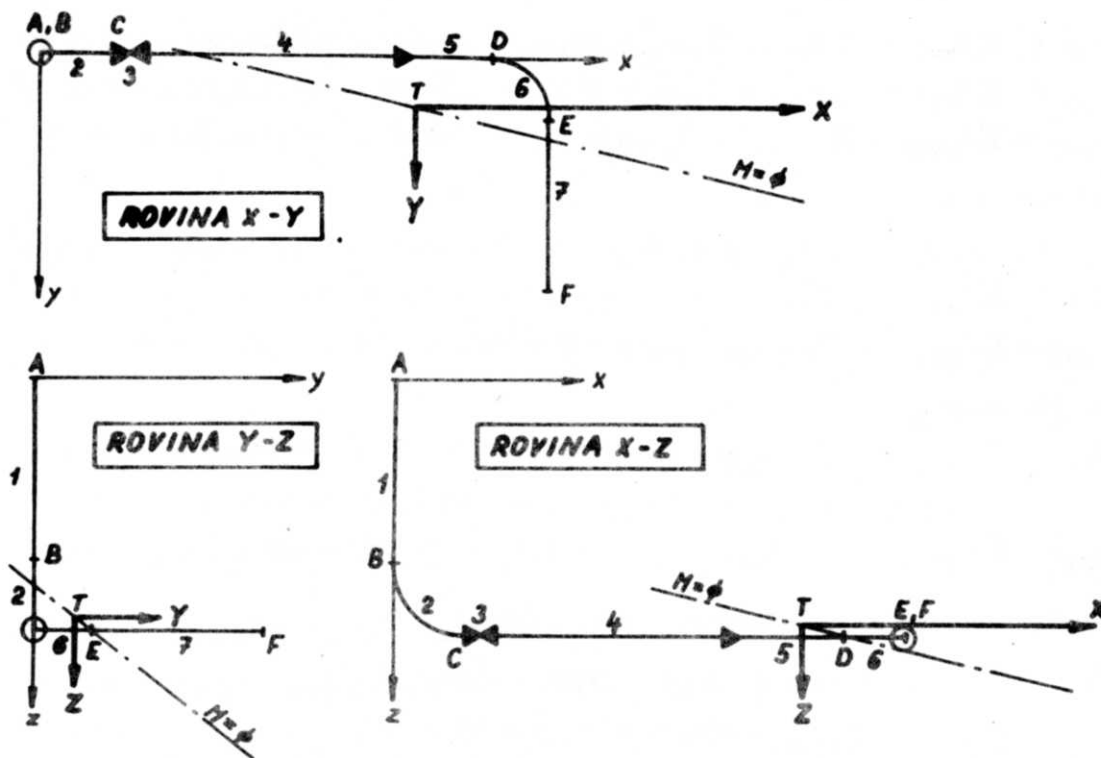
8) Výpočet ohybových a kroutících momentů:

Z obrázku vyplývá, že kroutící moment pro bod A je v rovině xy, pro bod F v rovině xz. Znaménka u momentů se dále nepočítají.

a) rovina x-y

$$M_{OA} = X \cdot y_T - Y \cdot x_T = 3 \ 524 \cdot 0,784 - 745 \cdot 6,52 = -2 \ 095 \text{ Nm} \equiv M_k$$

$$M_{OF} = X(4 - y_T) - Y(8,8 - x_T) = 3 \ 524 \cdot (4 - 0,784) - 745 \cdot (8,8 - 6,52) = 9 \ 635 \text{ Nm}$$



obr.6.18

b) rovina y-z:

$$M_{OA} = Y \cdot z_T - Z \cdot y_T = 745 \cdot 4,25 - 589 \cdot 0,788 = 2\,702 \text{ Nm}$$

$$M_{OF} = Y \cdot (4,4 - z_T) - Z \cdot (4 - y_T) = 745 \cdot (4,4 - 4,25) - 589 \cdot (4 - 0,788) = -1\,780 \text{ Nm}$$

c) rovina x-z:

$$M_{OA} = X \cdot z_T - Z \cdot x_T = 3\,524 \cdot 4,26 - 589 \cdot 7,14 = 10\,807 \text{ Nm}$$

$$M_{OF} = X \cdot (4,4 - z_T) - Z \cdot (8,8 - x_T) = 3\,524 \cdot (4,4 - 4,26) - 589 \cdot (8,8 - 7,14) = 484 \text{ Nm} \equiv M_k$$

Dále lze spočítat, že pro bod A

$$M_{OA} = \sqrt{M_{OA(yz)}^2} + \sqrt{M_{OA(xz)}^2} = \sqrt{2702^2 + 10807^2} = 11\,140 \text{ Nm}$$

$$M_{kA} = 2\,095 \text{ Nm}$$

a pro bod F

$$M_{OF} = \sqrt{M_{OF(xy)}^2} + \sqrt{M_{OF(yz)}^2} = \sqrt{9635^2 + 1780^2} = 9\,798 \text{ Nm}$$

$$M_{kF} = 484 \text{ Nm}$$

9) Kontrola max. ohybového s dovoleným namáháním; pro materiál 15 128  $\sigma_k = 294 \text{ MPa}$  a bezpečnost  $\alpha = 2$ . Pak  $\sigma_D = 294/2 = 147 \text{ MPa}$

Je-li

$$W_{OA} = \frac{2 \cdot J_A}{D_{eA}} = \frac{2 \cdot 4,834 \cdot 10^{-5}}{0,273} = 3,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

a

$$w_{OF} = \frac{2 \cdot J_F}{D_{eF}} = \frac{2 \cdot 6,52 \cdot 10^{-6}}{0,159} = 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

pak

$$\sigma_{OA} = \frac{11140}{3,54 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 31,47 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{OF} = \frac{9798}{8,2 \cdot 10^{-5}} \cdot 10^{-6} = 119,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_A = \frac{2095}{2 \cdot 3,54 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 2,96 \text{ MPa}$$

$$\tau_F = \frac{484}{2 \cdot 8,2 \cdot 10^{-5}} \cdot 10^{-6} = 2,95 \text{ MPa}$$

Srovnávací napětí

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_o^2 + 3\tau^2} \Rightarrow \sigma_{eA} = \sqrt{31,47^2 + 3 \cdot 2,96^2} = 31,88 \text{ MPa} < 147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eF} = \sqrt{119,5^2 + 3 \cdot 2,95^2} = 119,6 \text{ MPa} < 147 \text{ MPa}$$

Závěrem lze konstatovat, že navržený kompenzační útvar vyhovuje.

### 6.5 Montážní předpětí kompenzátorů a kompenzačních útvarů

Montážní předpětí umožňuje zvětšit kompenzační předpětí potrubní soustavy tím, že se ukládá např. kompenzátor nebo kompenzační útvar do uchycení v pevných bodech se zvětšenou stavební délkou, čímž v jeho pružných částech vznikne ohybové namáhání v opačném směru než při nejvyšší pracovní teplotě. Tak kompenzátořem o kompenzační schopnosti  $\Delta_K$  lze vyrovnat prodloužení potrubí teplotní dilatací o celkové velikosti  $\Delta_K + \Delta l$ . Velikost montážního předpětí se obvykle volí podle druhu kompenzátoru a je dáno většinou výrobcem. U vlnových kompenzátorů se volí předpětí 50%, tj.  $\Delta_K = \Delta l$ .

Možnost většího předpětí než je kompenzační schopnost kompenzátoru, je dána tím, že při provádění předpětí je pracovní teplota nízká a modul pružnosti vyšší a že potrubí není namáháno vnitřním přetlakem, takže ve stěně trubky je pouze osová napětí ohybové od deformace předpětím.

Kompenzační schopnost kompenzačních útvarů rovinných i prostorových je možno zvětšit předpětím jako u kompenzátorů. Nastavení zvolené velikosti předpětí je však obtížnější a proto je třeba možnost správného nastavení předem ověřit.

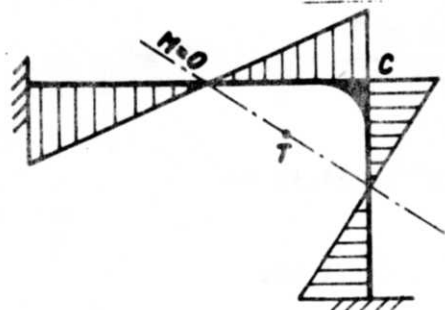
### 6.6 Řešení okrajových úloh

Určitá zjednodušení přinášejí úlohy, kdy sice oba konce potrubního systému jsou vetknuty, délky ramen  $l$  a  $h$  jsou vůči poloměru  $R$  kolena a zároveň poměr  $l/D_N$  a  $h/D_N$  značně velké, takže jsou podajnější, než koleno samé. Pak lze uvažovat koleno jako tuhý roh (začerněno) - obr.6.19. Po uvolnění konce C lze psát

$$x_T = \frac{S_y}{L_e}, \quad y_T = \frac{S_x}{L_e}$$

$$\text{kde } L_e = l + h; \quad S_x = h \cdot \frac{h}{2}, \quad S_y = l \cdot \frac{l}{2} + h \cdot l$$

$$\Delta x = l \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t, \quad \Delta y = h \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t$$



obr.6.19

$$J_{xT} = \frac{h^3}{12} + h\left(\frac{h}{2}\right)^2 - S_x y_T$$

$$J_{yT} = \frac{l^3}{12} + l\left(\frac{l}{2}\right)^2 + hl^2 - S_y x_T$$

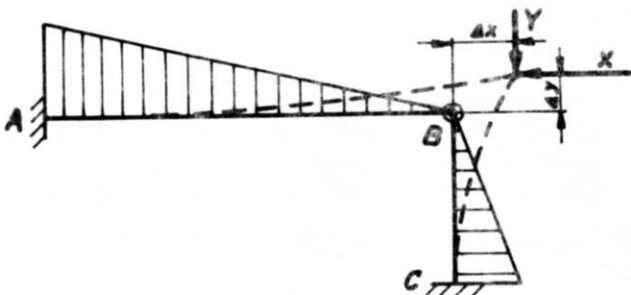
$$J_{xyT} = hl \cdot \frac{h}{2} - S_y \cdot y_T$$

Síly X a Y se vypočtou z (6.19b)

$$M_{oA} = X \cdot y_T - Y \cdot x_T ;$$

$$M_{oB} = X \cdot y_T + Y \cdot (1 - x_T)$$

$$M_{oC} = X \cdot (h - y_T) - Y \cdot (1 - x_T) ;$$



obr.6.20

$$\sigma_o \max = \frac{M_o \max \cdot d_e}{2J}$$

Ostatní úlohy, u nichž vzniká v útvaru kloub (např. kompenzátor) nebo kloubové uložení,

nelze již řešit předcházejícími metodami. Pokud je jeden kloub v uložení, pokládá se počátek souř. systému do něj. Jak vyplývá z obrázků, neprochází již v žádném případě čára nulového momentu těžištěm kompenzačního útvaru.

1) Kloub místo kolena (obr.6.20): řešení plyne z obrázku a naznačeného postupu

$$M_{oc} = M_{ox} = X \cdot (h + \Delta y) \approx X \cdot h ; M_{oA} = M_{oy} \approx Y \cdot l ; M_{oB} = 0$$

$$\Delta x = l \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = X \cdot \frac{h^3}{3EJ} \dots \dots \dots X = \frac{3EJ \cdot l \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t}{h^3}$$

$$\Delta y = h \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = Y \cdot \frac{l^3}{3EJ} \dots \dots \dots \sigma_{ox} = \frac{M_{ox} \cdot D_e}{2J}$$

2) Klouby v uložení (obr.6.21), místo kolena tuhý roh; deformace je dána momentem momentových ploch

$$AC = \sqrt{l^2 + h^2}$$

$$a = \frac{2}{3} \frac{hl}{AC}$$

$$M_{oB} = V \cdot \cos \alpha \cdot h = V \cdot h \cdot \frac{l}{AC}$$

$$\Delta_{AA'} = AC \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t = \frac{1}{EJ} \cdot \left( \nabla + \triangle \right) \cdot a = \frac{1}{EJ_1} \cdot \frac{Vhl^2}{2 \cdot AC} \cdot a + \frac{1}{EJ_h} \cdot \frac{Vh^2 \cdot l}{2 \cdot AC} \cdot a$$

$$V = 3 \frac{E \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t \cdot \sqrt{h^2 + l^2}}{h^2 \cdot l^2 \cdot \left( \frac{h}{J_h} + \frac{l}{J_1} \right)}$$

$$M_o \max = \frac{3 \cdot EJ \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t \cdot (h^2 + l^2)}{hl \cdot (h + l)}$$



3) Kloub v bodě A (obr. 6.22); působiště výslednice V nebo složek X, Y je v bodě A - a)

$$J_{x_0} = \frac{h^3}{12} + h \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2; \quad J_{y_0} = \frac{l^3}{12} + 1 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h \cdot l^2; \quad J_{xy_0} = h \cdot l \cdot \frac{l}{2}$$

b) Kloub v bodě B (obr. 6.23):

$$J_{x_0} = 1 \cdot h^2 + \frac{h^3}{12} + h \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2;$$

$$J_{y_0} = \frac{l^3}{12} + 1 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2; \quad J_{xy_0} = 1 \cdot \frac{l}{2} \cdot h$$

Pro oba případy a) i b) platí, že

$$\Delta x \cdot E \cdot J = X \cdot J_{x_0} - Y \cdot J_{xy_0}$$

$$\Delta y \cdot E \cdot J = -X \cdot J_{xy_0} + Y \cdot J_{y_0}$$

### 6.7 Vyrovnávání teplotní roztažnosti kompenzátory

V současné době se používají tři základní druhy kompenzátorů: 1) osové,

2) kloubové,

3) příčné (hadicové).

Osová kompenzátory mohou svým prodlužováním nebo zkracováním absorbovat pouze osové změny potrubí. Odklon od osy potrubí umožňují kloubové a příčné kompenzátory. Podle konstrukce se vychylují buď jen v jedné rovině (dvou- a čtyřkloubové) nebo použitím většího počtu kompenzátorů neležících na jedné spojnici v libovolném směru. Hadicové kompenzátory umožňují esovitě vyhnutí potrubí. Mezi osovými kompenzátory převládají vlnovcové a ucpávkové.

#### 6.7.1 Ucpávkové kompenzátory

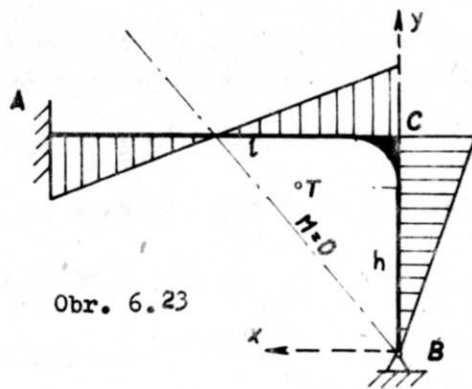
Nejběžnější typ neodlehčeného ucpávkového kompenzátoru ("neodlehčený" značí, že se nekompensuje síla od vnitřního tlaku) je uveden na obr. 6.2d. Síla na přítlačnou objímku šrouby  $F_g$  vytváří radiální těsnicí tlak  $p_T$

$$p_T = \frac{F_g \cdot n}{\pi \cdot \bar{d}_T \cdot b_T} \quad (6-34)$$

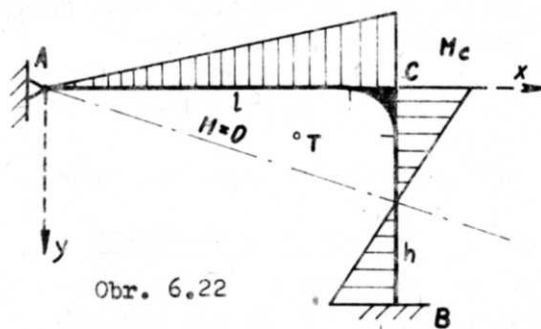
kde  $\mu$  = Poissonova konstanta materiálu těsnění; ostatní rozměry jsou zřejmé z obr. 6.2d. Nemá-li být těsněná tekutina o tlaku  $p$  vytlačena těsnicí spárou, pak musí být  $p_T > p$ . Obvykle se volí asi 1,5násobek tlaku  $p$  a za předpokladu, že  $\mu = 0,5$ , pak potřebná síla ve šroubech pro udržení těsnosti za provozu

$$F_{g1} = 3 \cdot p \cdot \pi \cdot \bar{d}_T \cdot b_T \quad (6-35a)$$

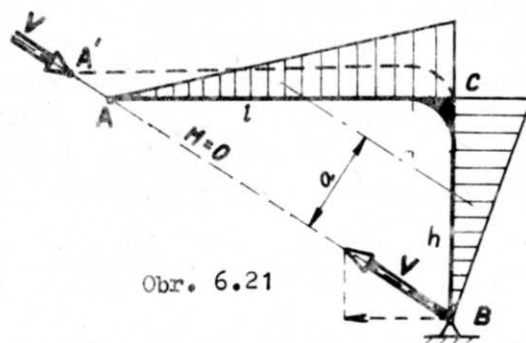
Po dosažení plastické deformace v těsnění lze při nízkých tlacích vycházet z pře-



Obr. 6.23



Obr. 6.22



Obr. 6.21

tvárné pevnosti  $K_T$ , jejíž střední hodnota pro měkké ucpávkové materiály  $K_T = 10 \text{ MPa}$  [2]. Pak síla ve šroubech by měla být

$$F_{S2} = K_T \cdot \pi \cdot \bar{d}_T \cdot b_T \approx 30 \cdot \bar{d}_T \cdot b_T \quad (6.35b)$$

Radiální třecí tlak  $p_T$  pak vyvolá na posuvné trubce třecí sílu  $F_T$

$$F_T = f \cdot p_T \cdot \pi \cdot \bar{d}_T \cdot l_T \quad (6.36)$$

$f$  = součinitel tření ( $f = 0,1$  při proudění oleje potrubím,  $f = 0,15$  vody,  $f = 0,2$  páry)

Působí-li v osovém směru mezi pevnými body vliv tlaku, je třeba kromě třecí síly počítat se silou od tlaku

$$F_p = \frac{\pi}{4} \cdot \bar{d}_T^2 \cdot p \quad \text{nebo} \quad F_p = \frac{\pi}{4} \cdot (\bar{d}_T^2 - d_i^2) \cdot p \quad (6.37)$$

S touto silou se nepočítá, je-li potrubí otevřeno do dalšího úseku nebo nádoby.

### 6.7.2 Vlnovcové kompenzátory

Základní typ vlnového nebo vlnovcového kompenzátoru je na obr.6.2a. Délková změna potrubí se zde vyrovnává pružnou ohybovou deformací jednotlivých vln. Aby přenášel i menší deformační síly, měla by být tloušťka vlnovce co nejmenší; vyrábí se buď z jednoho plechu 1 až 6 mm silného nebo jako vícevrstvý z tenkých plechů. Použití vlnovců je omezeno vyššími vnitřními přetlaky.

Má-li kompenzátor  $n$  vln a je-li konstanta tuhosti vlny udávaná výrobcem  $C_1$  [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ], pak deformační síla  $F_\varepsilon$  působící v osovém směru na pevný bod (v důsledku prodloužení  $\Delta l$ ) s podmínkou

$$F_\varepsilon = \frac{C_1 \cdot \Delta l}{n} \leq F_{\varepsilon \text{ max}} \quad (6.38)$$

$F_{\varepsilon \text{ max}}$  je síla při překročení meze kluzu u jedné vlny. Pro přibližný výpočet  $F_{\varepsilon \text{ max}}$  a  $C_1$  udává Schwaigerer [9] pro dva různé tvary vln (obr.6.24) přibližně vztahy

$$C_1 \approx \frac{\pi}{4} (d_e + d_i) \cdot \left(\frac{s}{l_1}\right)^3 \cdot E \quad (6.39)$$

$$F_{\varepsilon \text{ max}} \approx 7,5 \cdot s^2 \cdot \sigma_k \cdot \frac{r_1}{l_1} \quad (6.39)$$

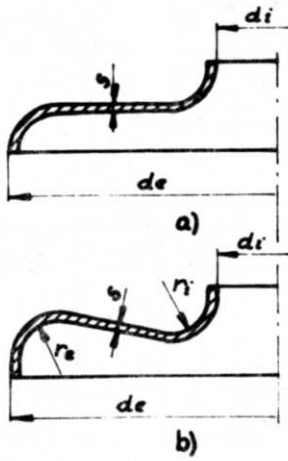
Kromě této síly je třeba počítat u uzavřeného potrubí se silou od tlaku  $p$   $F_p \approx \pi/4 \cdot \bar{d}^2 \cdot p$  a u otevřeného  $F_p \approx \pi/4 \cdot (\bar{d}^2 - d_i^2) \cdot p$  kde  $\bar{d} = 0,5 \cdot (d_e + d_i)$ .

### 6.7.3 Kloubové vlnovcové kompenzátory

Při odklonu kompenzátoru v kloubech se musí vlnovec deformovat, přičemž moment  $M_\varphi$  toto vyvolávající (obr.6.25) a je-li konstanta tuhosti  $C_1$  [ $\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1}$ ] udávaná výrobcem pro jeden vlnovec pak

$$M_\varphi = \frac{C_1 \varphi}{n} \leq M_{\varphi \text{ max}} \quad (6.40)$$

Za předpokladu, že nulové momentové body vlnovců leží na obvodě  $\pi \cdot d_s$  ( $d_s =$



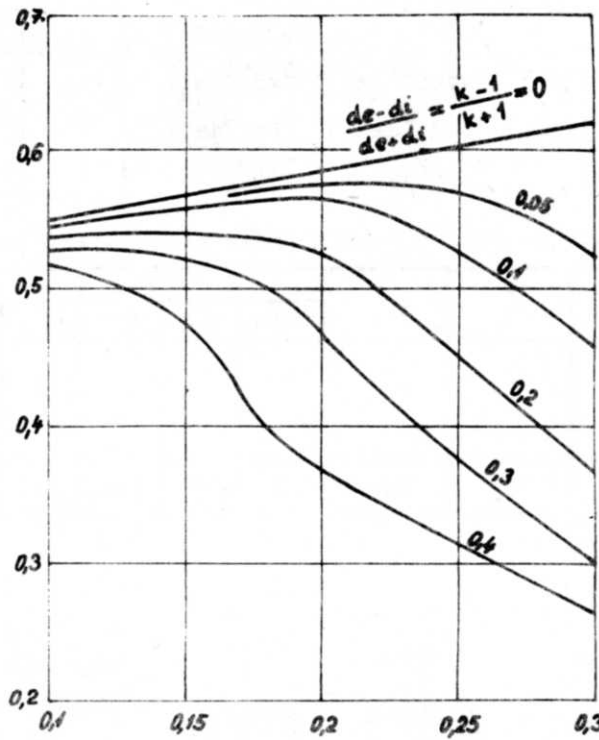
$$\frac{de}{di} = k$$

$$l_1 = A(k-1)$$

$$r_1 = \frac{k+1}{4} - \frac{l_1}{2}$$

$$l_2 = \frac{k-1}{2} \left(1 - 4 \frac{r_2+r_1}{k+1}\right)$$

Obr. 6.24



$$= 2y/\sin\alpha$$

a pak

$$C\varphi_1 = \frac{C_1 \cdot d_s^2}{8}$$

$$a \quad M_{\varphi \max} = \frac{F_{\varepsilon \max} \cdot d_s}{\pi}$$

$$(6.41)$$

U čtyřkloubového kompenzátoru boční posuv  $\delta h$  je vyvolán mechanismem, který je zřejmý z obr. 6.26b,  $\sigma$  - momentem

$$\frac{r_2+r_1}{de-di} = \frac{r_2+r_1}{k-1} \longrightarrow$$

$$M_{\varphi} = F_h \cdot \frac{L}{2} = \frac{C\varphi_1}{n} \cdot \varphi = \frac{C\varphi \cdot \delta h}{n \cdot L} \leq M_{\varphi \max} \quad (6-42)$$

přílohemž

$$F_h = \frac{2 \cdot C\varphi_1 \cdot \delta h}{n \cdot L^2} = C_h \cdot \delta h \leq \frac{2 \cdot M_{\varphi \max}}{L} \quad (6-43)$$

kde konstanta

$$C_h = \frac{2 \cdot C\varphi_1}{n \cdot L^2} \quad a \quad \varphi_1 = \frac{\varphi}{n} = \frac{\delta h}{n \cdot L} \quad (6-44)$$

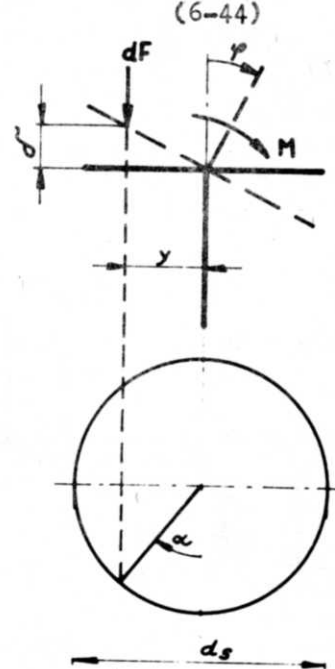
## 6.8 Potrubní uzly

Odbočka u rovinného nebo prostorového kompenzačního útvaru vytváří potrubní uzly.

### 6.8.1 Postup výpočtu rovinného systému

Počátek pravotočivého souřadného systému  $x, y$  se umístí pro všechny větve I, II, III (obr.6.27) do uzlového bodu. Postupně se k těžištím jednotlivých větví, kde  $j = I, II, III$  spočtou podle rovnic 6-19b složky sil  $X_j$  a  $Y_j$  pro deformace větví k uzlovému bodu. Od těchto sil se vypočítají momenty v uzlovém bodě  $M_j$ .

Nyní se k počátku souřadného systému (v uzlovém bodě) spočtou složky sil a moment z rovnic (6.19a) pro jednotkové posuvy  $\Delta x = 1$  a  $\Delta y = 1$  a natočení  $\Delta \varphi = 1$ . Takto se potom podle schématu v rovnici (6-45) získá pro každou větev 9 hodnot.

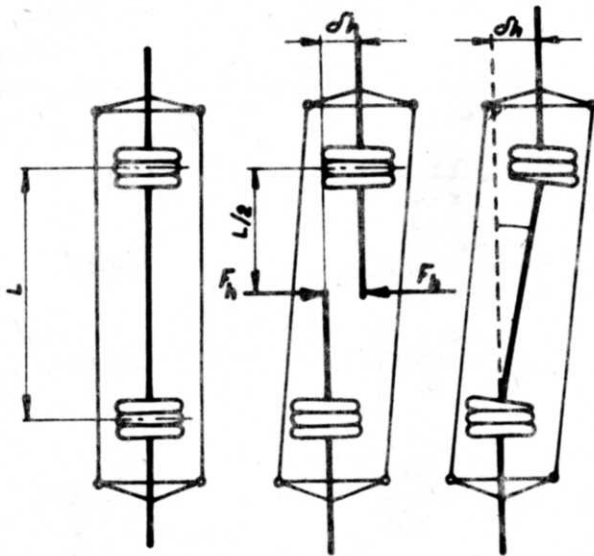


Obr. 6.25

$$\begin{aligned}
 J_{x_0j} \cdot X_{jx1} - J_{xy_0j} \cdot Y_{jx1} + S_{xj} \cdot M_{jx1} &= E \cdot J_0 & \Delta x = 1 & \Delta y = 1 & \Delta \varphi = 1 \\
 -J_{xy_0j} \cdot X_{jx1} + J_{y_0j} \cdot Y_{jx1} - S_{yj} \cdot M_{jx1} &= \emptyset & & & \\
 S_{xj} \cdot X_{jx1} - S_{yj} \cdot Y_{jx1} + L_j \cdot M_{jx1} &= \emptyset & & & 
 \end{aligned}
 \tag{6.45}$$

Získané hodnoty se řeší sečtením podle následující tabulky

VĚTEV	$X_j$	$Y_j$	$M_j$	$\Delta x = 1$			$\Delta y = 1$			$\Delta \varphi = 1$		
				$X_j x_1$	$Y_j x_1$	$M_j x_1$	$X_j y_1$	$Y_j y_1$	$M_j y_1$	$X_j M_1$	$Y_j M_1$	$M_j M_1$
I												
II												
III												
Součty	$X_\Sigma$	$Y_\Sigma$	$M_\Sigma$	$\Sigma X_x$	$\Sigma Y_x$	$\Sigma M_x$	$\Sigma X_y$	$\Sigma Y_y$	$\Sigma M_y$	$\Sigma X_M$	$\Sigma Y_M$	$\Sigma M_M$



obr.6.26

Z těchto součtových hodnot se sestaví soustava tří rovnic, která má jako neznámé posuny uzlového bodu  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_M$  a jako absolutní člen výslednou reakci všech větví na uzlový bod brané s obráceným znaménkem, tj.

$$\begin{aligned}
 \Sigma X_x \cdot b_x + \Sigma Y_x \cdot b_y + \Sigma M_x \cdot b_M &= -X_\Sigma \\
 \Sigma X_y \cdot b_x + \Sigma Y_y \cdot b_y + \Sigma M_y \cdot b_M &= -Y_\Sigma \\
 \Sigma X_M \cdot b_x + \Sigma Y_M \cdot b_y + \Sigma M_M \cdot b_M &= -M_\Sigma
 \end{aligned}
 \tag{6.46}$$

Smysl kladných hodnot  $b_x$ ,  $b_y$  jsou v kladném směru souřadných os,  $b_M$  je kladné při pootočení ve směru pohybu hodinových ručiček.

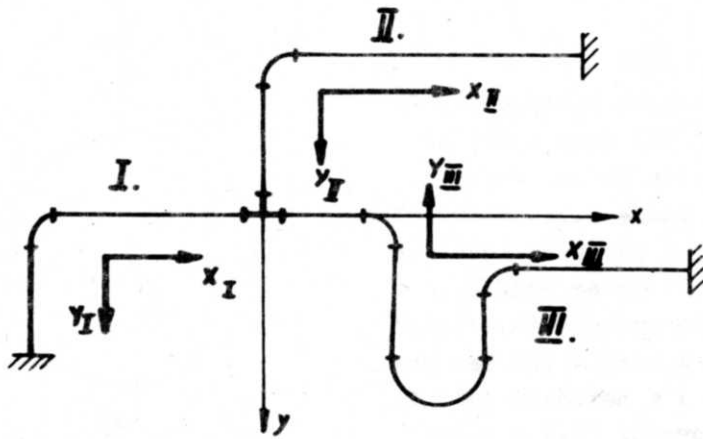
Posuvy  $b_x$ ,  $b_y$  se sečtou s posuvy  $\Delta x_j$  a  $\Delta y_j$  a získají se posuvy uzlového bodu

$$\begin{aligned}
 \Delta x_{0j} &= \Delta x_j + b_x \\
 \Delta y_{0j} &= \Delta y_j + b_y
 \end{aligned}
 \tag{6.47}$$

a natočení přímo z  $b_M$ , tj.

$$\Delta \varphi_{0j} = b_M$$

Dosazením do rovnic (6.19a) při vynásobení součinem  $EJ_0$  se spočtou síly a moment  $X_j$ ,  $Y_j$  a  $M_j$ , které musí působit na příslušnou větev, aby posunuly uvolněný konec (tj. uzlový bod) po zahřátí do místa,



obr.6.27

kam se vlivem teplotní dilatace všech větví I až III přesunul uzlový bod a příslušně jej pootočily. Z těchto sil lze spočítat ohybové namáhání kteréhokoliv bodu na potrubí.

Pokud je v soustavě více uzlů, postupuje se stejně jako u popsaného řešení. U soustavy se 2 uzly se řeší výsledná soustava 6 rovnic, u soustavy se 3 uzly 9 rovnic atd.

### 6.8.2 Výpočet prostorového systému

Prostorový uzel se řeší podobně jako rovinný uzel, ovšem každá větev se počítá ve třech průmětech. Stejně jako u rovinného uzlu se volí počátek souřadnic v uzlovém bodě. Vypočtené hodnoty  $J_{xT}$ ,  $J_{yT}$ ,  $J_{zT}$ ,  $J_{xyT}$ ,  $J_{yzT}$  a  $J_{xzT}$  a deformace  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  se dosadí do rovnice (6.23b), odkud se vypočtou složky  $X_j$ ,  $Y_j$ ,  $Z_j$ , příp. k uzlovému bodu se z nich spočtou momenty  $M_j$ ,  $N_j$  a  $P_j$ . Z rovnice (6.23a) se pak spočtou síly pro jednotkové posuny a natočení.

Získané hodnoty se sečtou podobně jako u rovinné soustavy a z nich se sestaví 6 rovnic, které mají jako neznámé posuny a natočení uzlového bodu a jako absolutní členy součty složek sil a momentů  $X_\Sigma$ ,  $Y_\Sigma$ ,  $Z_\Sigma$ ,  $M_\Sigma$ ,  $N_\Sigma$ ,  $P_\Sigma$  dosazených s opačným znaménkem.

Získané posuny  $b_x$ ,  $b_y$  .... se sečtou s posuvy od teplotní dilatace  $\Delta x_j$ ,  $\Delta y_j$  ..... jednotlivých větví a výsledné posuny  $\Delta x_j = b_x + \Delta x_j$ ,  $\Delta y_j =$  = .... se dosadí do rovnic jednotlivých větví a získají se výsledné síly a momenty působící na jednotlivé větve.

Kontrola maximálních napětí v jednotlivých větvích se provádí stejně jako při řešení jednoduchých prostorových soustav (viz kap.6.4.5).

### Literatura

- [1] ASA B31.1: Code for pressure piping. ASME New York
- [2] Hampel, H.: Rohrleitungsstatik - Springer Berlin 1972
- [3] Jürgensson, V.: Elastizität und Festigkeit im Rohrleitungsbau. Springer Berlin 1953
- [4] Kármán, T.: Über die Formänderung dünnwandiger Rohre, insbesondere federnde Ausgleichsrohre, Z.VDI 55 (1911) 1889
- [5] Křupka, V.: Výpočet válcových tenkostěnných kovových nádob a potrubí, SNTL Praha 1967
- [6] Marvan, B., Rejent, B.: Výměníky tepla a potrubní sítě, ed.stř. ČVUT 1986
- [7] Mikula, J. a kol.: Potrubí a armatury, SNTL Praha 1969
- [8] Schwaigerer, S.: Rohrleitungen, Theorie und Praxis, Springer Berlin 1967
- [9] Schwaigerer, S.: Festigkeitsberechnung von Bauelementen des Dampfkessel - Behälter und Rohrleitungsbaues, Springer Berlin 1970
- [10] Siebel, J., Schwaigerer, S.: Festigkeitsverhalten von Wellrohr - Kompensatoren VRB-Mitt. 1952 č.2
- [11] Lukavský, J. a kol.: Konstrukce výrobních zařízení, ed. stř. ČVUT 1986